

Системный подход к обеспечению безопасности в автоматизированной информационной системе специального назначения

Рассмотрена математическая модель подсистемы обеспечения безопасности в автоматизированной информационной системе специального назначения, иерархически декомпозируемой по уровням безопасности, на основе которой возможно разрабатывать и анализировать сравнительно гибкие правила разграничения доступа к информации с высокой гарантированностью их выполнения с помощью аппарата конечных нелинейных решеток. Предложены две подходящие для этого конечные нелинейные решетки. Для каждой из них определены носитель, частичная упорядоченность и алгебраические операции. Даны интерпретации этих решеток, как векторных уровней безопасности, в отличие от известной интерпретации конечных линейных решеток, как числовых уровней безопасности. Для векторных уровней безопасности определены правила «нет чтения вверх» и «нет записи вниз» мандатной политики безопасности. Обоснована эквивалентность моделирующих возможностей этих решеток. Разработанная модель интегрирует принципы мандатного и дискреционного методов контроля доступа, рассматривая субъекты в роли посредников между пользователями и объектами. Представлена модель Белла-ЛаПадулы, адаптированная к формализации уровней безопасности конечными нелинейными решетками.

Ключевые слова: системный подход, подсистема обеспечения безопасности информации, автоматизированная информационная система специального назначения, решетка, уровень безопасности, правила разграничения доступа, дискреционная политика безопасности, мандатная политика безопасности

DOI: 10.36535/0548-0027-2025-02-3

ВВЕДЕНИЕ

Автоматизированная информационная система специального назначения (АИС СН) управляет информационными ресурсами в особых условиях [1], которые отличаются критичностью и требуют повышенного уровня надёжности и защищённости не только АИС СН, но и используемых в ней средств вычислительной техники¹. Высокозащищённые классы АИС обязаны управлять информационными пото-

ками с помощью дискреционных меток конфиденциальности, а используемые в них компьютеры должны поддерживать мандатный принцип контроля доступа. Сочетание дискреционных и мандатных правил разграничения доступа обеспечивает комплексный контроль доступа к информации, объединяя контроль единичных актов доступа с управлением информационными потоками. Основополагающую роль в этом играет назначение субъектам и объектам классификационных уровней безопасности путём присвоения им классификационных меток конфиденциальности.

Таким образом, одна из характерных особенностей АИС СН – необходимость обеспечения безопасности информации в ней посредством подсистемы, управляющей комплексным доступом (включая управление информационными потоками) к информации, организованной иерархическим образом через распределение пользователей, субъектов и объектов по уровням безопасности. Именно такой подход к

¹ Гостехкомиссия России. Автоматизированные системы. Защита от несанкционированного доступа к информации. Классификация автоматизированных систем и требования по защите информации: руководящий документ. – Москва: Военное изд-во, 1992. – 39 с.; Гостехкомиссия России. Средства вычислительной техники. Защита от несанкционированного доступа к информации. Показатели защищённости от несанкционированного доступа к информации: руководящий документ. – Москва: Военное изд-во, 1992. – 24 с.

обеспечению безопасности информации на основе системного подхода даёт более высокую гарантированность защиты информации за счёт привлечения к анализу защищённости АИС СН доказательной базы, присущей математическим моделям мандатной политики безопасности в отличие от математических моделей дискреционной политики безопасности, традиционно формализующих контроль доступа субъектов к защищаемым ресурсам согласно матрице доступа. Так возникает проблематика математического моделирования подсистемы обеспечения безопасности информации в АИС СН, иерархически декомпозируемой по уровням безопасности. Такое моделирование призвано максимально удовлетворить взаимно противоречивые требования к защищённости информации и к гибкости правил разграничения доступа, ведь именно в этой гибкости мандатная политика безопасности уступает дискреционной.

Одним из направлений одновременного обеспечения высокой защищённости информации и максимальной гибкости правил разграничения доступа к иерархически организованным ресурсам АИС СН является использование проблемно-ориентированного математического аппарата эталонной модели защищенной автоматизированной системы (ЭМЗАС) [2-6]. Этот математический аппарат развивался как альтернатива традиционному математическому аппарату решёток [7]. Доказано, что в общем случае множество уровней безопасности в АИС СН должно представлять собой решётку [8]. Однако практическое распространение в реальных АИС СН получили лишь линейные решётки, т. е. цепи. В результате востребованным оказался лишь тривиальный частный случай теории решёток – теория упорядоченных множеств (цепей) [9]. При этом частичная упорядоченность множеств усекается до линейной, т.е. совершенной упорядоченности. Негативным последствием такого усекаения является искусственно ограниченная гибкость правил разграничения доступа, которую можно усилить переходом от линейных решеток к нелинейным.

Отсюда вытекает цель настоящего исследования: на основе системного подхода разработать такую математическую модель подсистемы обеспечения безопасности информации в АИС СН, иерархически декомпозируемой по уровням безопасности, на основе которой удобно разрабатывать и анализировать гибкие правила разграничения доступа к информации с высокой гарантированностью их выполнения за счёт использования математического аппарата нелинейных решёток.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть задано базовое множество L уровней безопасности АИС СН, причём $L \neq \emptyset$, $|L| < +\infty$. Это множество можно рассматривать в качестве носителя некоторой алгебраической системы Λ_L в универсальной алгебре, снабдив его соответствующей сигнатурой, которая в общем случае задаёт на L набор операций и набор отношений. Тогда алгебраическая система Λ_L представляет собой само множество уровней безопасности АИС СН. Для единообразного представления уровней безопасности АИС СН один из указанных наборов удобно принимать пустым, что

приводит к двум эквивалентным взглядам на множество Λ_L : 1) как на модель (пустой набор операций), 2) как на алгебру (пустой набор отношений). Естественное для уровней безопасности отношение – частичное нестрогое отношение порядка $\leq$ для элементов множества L , обладающее свойствами рефлексивности, антисимметричности и транзитивности (отношение $(l_1 \leq l_2)$ или, что то же самое, $(l_2 \geq l_1)$, где $l_1, l_2 \in L$, означает не более высокую безопасность уровня l_1 по сравнению с уровнем l_2 или, что то же самое, не менее высокую безопасность уровня l_2 по сравнению с l_1):

$$(\forall l \in L)(l \leq l); \quad (1)$$

$$(\forall l_1, l_2 \in L | l_1 \leq l_2 \wedge l_2 \leq l_1)(l_1 = l_2); \quad (2)$$

$$(\forall l_1, l_2, l_3 \in L | l_1 \leq l_2 \wedge l_2 \leq l_3)(l_1 \leq l_3). \quad (3)$$

Рассматривая множество Λ_L как частично упорядоченное, можно определить для любого непустого подмножества $\tilde{L} \subseteq L$ супремум ($\sup$) и инфимум ($\inf$), если они существуют, или установить факт несуществования:

$$\begin{aligned} (\sup(\tilde{L}) = l) &\Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \left((\forall l' \in \tilde{L}) \left((l' \leq l) \wedge (\forall l'' \in L | l'' \leq l) \right) \right); \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\inf(\tilde{L}) = l) &\Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \left((\forall l' \in \tilde{L}) \left((l' \geq l) \wedge (\forall l'' \in L | l'' \geq l) \right) \right). \quad (5) \end{aligned}$$

Очевидно, что если $|\tilde{L}| = 1$, то в силу (1), (4) и (5), имеем:

$$(l \in \tilde{L}) \Rightarrow (\sup(\tilde{L}) = \inf(\tilde{L}) = l). \quad (6)$$

Если $|L| = 1$, то соответствующее множество Λ_L означает фактически отсутствие иерархической декомпозиции АИС СН по уровням безопасности. Цели настоящего исследования отвечает только случай $2 \leq |L| < +\infty$. При $|\tilde{L}| = 2$ можно обозначить $\tilde{L} = \{l_1, l_2\}$, тогда формулы (4) и (5) принимают вид:

$$\begin{aligned} (\sup(\tilde{L}) = \sup\{l_1, l_2\} = l) &\Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((l_1, l_2 \leq l) \wedge (\forall l' \in L | l' \leq l)(l' \leq l_1 \vee l' \leq l_2)); \quad (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\inf(\tilde{L}) = \inf\{l_1, l_2\} = l) &\Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((l \leq l_1, l_2) \wedge (\forall l' \in L | l' \leq l_1 \wedge l' \leq l_2)(l' \leq l)). \quad (8) \end{aligned}$$

Множество Λ_L является решёткой тогда и только тогда, когда

$$(\forall \tilde{L} \subseteq L | |\tilde{L}| = 2)(\exists \sup(\tilde{L}), \inf(\tilde{L})), \quad (9)$$

причём в (9) можно эквивалентным образом заменить $|\tilde{L}| = 2$ на $1 \leq |\tilde{L}| \leq |L|$.

Выражения (1)-(9) описывают решётку Λ_L уровней безопасности АИС СН как модель. Для перехода от этого описания к описанию той же самой решётки Λ_L , но уже как алгебры, введём две алгебраические бинарные операции (сложение $\vee$ и умножение $\wedge$) следующим образом:

$$(\forall l', l'' \in L) \left((l' \vee l'' = \sup\{l', l''\}) \wedge \right. \\ \left. \wedge (l' \wedge l'' = \inf\{l', l''\}) \right). \quad (10)$$

При этом выполнено:

$$(\forall l', l'' \in L | l' \leq l'') \left((l' \wedge l'' = l') \wedge (l' \vee l'' = l'') \right). \quad (11)$$

Введённые по формуле (10) с выполнением формулы (11) алгебраические бинарные операции $\vee$ и $\wedge$ удовлетворяют алгебраическим свойствам идемпотентности, коммутативности, ассоциативности и поглощения:

$$(\forall l \in L) ((l \vee l = l) \wedge (l \wedge l = l)); \quad (12)$$

$$(\forall l', l'' \in L) ((l' \vee l'' = l'' \vee l') \wedge (l' \wedge l'' = l'' \wedge l')); \quad (13)$$

$$(\forall l', l'', l''' \in L) \left(((l' \vee l'') \vee l''' = l' \vee (l'' \vee l''')) \wedge \right. \\ \left. \wedge ((l' \wedge l'') \wedge l''' = l' \wedge (l'' \wedge l''')) \right); \quad (14)$$

$$(\forall l', l'' \in L) \left((l' \wedge (l' \vee l'') = l') \wedge \right. \\ \left. \wedge (l' \vee (l' \wedge l'') = l') \right). \quad (15)$$

Выражения (12)-(15) описывают решётку Λ_L уровней безопасности АИС СН как алгебру. Для перехода от этого алгебраического описания к описанию той же самой решётки Λ_L , но уже как модели, введём две бинарные операции (супремум $\sup$ и инфимум $\inf$) по формуле (10); при этом опять выполнено условие (11). При рассмотрении решётки Λ_L уровней безопасности АИС СН как модели и при рассмотрении её как алгебры имеет место изоморфизм решёток, но эти два изоморфизма совпадают.

Иерархическая декомпозиция АИС СН по уровням безопасности L решётки Λ_L производится в рамках субъектно-объектной модели [10] АИС СН функцией уровня безопасности $F_L: X \rightarrow L$, $X = S \cup O$, где S – множество субъектов, O – множество объектов. Эта функция в общем случае необратима как функция, но при её рассмотрении как отображения общего вида обратное ему отображение $F_L^{-1}: L \rightarrow X$ задаёт классы безопасности X_i (где $i = 1, |L|$) сущностей АИС СН (субъектов и объектов), удовлетворяющие формулам:

$$\cup_i X_i = X; X_i \cap X_j = \emptyset, i \neq j; \\ (\forall i = \overline{1, |L|}) (\forall x \in X_i) (F_L(x) = l_i \in L). \quad (16)$$

Итог иерархической декомпозиции АИС СН по уровням безопасности L представляет собой удовлетворяющие (16) классы безопасности X_i .

В простейшем частном случае решётка $\Lambda_{L_0(N)}$ уровней безопасности АИС СН имеет носитель

$$L_0(n) = \{1, 2, \dots, n\}, 2 \leq |L_0(n)| = n < +\infty \quad (17)$$

из последовательных натуральных чисел, начиная с единицы, а отношение $\leq$ для $\Lambda_{L_0(n)}$ представляет собой обычное отношение «меньше или равно» для натуральных чисел. Типовой пример такой организации уровней безопасности АИС СН – решётка $\Lambda_{L_0(5)}$ с носителем $L_0(5) = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, элементы которого интерпретируются следующим образом: 1 – отсутствие грифа, 2 – гриф «для служебного пользования», 3 – гриф «секретно», 4 – гриф «совершенно секретно», 5 – гриф «особой важности».

Решётка $\Lambda_{L_0(n)}$ с носителем $L_0(n)$, определённым из выражения (17), представляет собой простейший пример конечной линейной решётки (конечной цепи), т. е. такого конечного частично упорядоченного множества $\Lambda_{L(n)}$, у которого все элементы носителя

$$\bar{L}(n) = \{l_1, l_2, \dots, l_n\}, 2 \leq |\bar{L}(n)| = n < +\infty \quad (18)$$

попарно сравнимы:

$$(\forall l_1, l_2 \in \bar{L}(n)) (l_1 \leq l_2 \vee l_2 \leq l_1). \quad (19)$$

Как и решётка $\Lambda_{L_0(n)}$, решётка $\Lambda_{\bar{L}(n)}$, определённая выражениями (18) и (19), подходит для формализованного описания уровней безопасности АИС СН, но не вносит ничего нового в это описание, так как для данного n эти решётки изоморфны. Поэтому любая решётка $\Lambda_{\bar{L}(n)}$ может быть представлена решёткой $\Lambda_{L_0(n)}$ установлением эквивалентности элементов носителей $\bar{L}(n)$, $L_0(n)$: $l_i \leftrightarrow i$, так что $(l_i \leq l_j) \Leftrightarrow (i \leq j)$.

Ситуация радикально меняется при переходе от конечных линейных решёток $\Lambda_{L_0(n)}$, $\Lambda_{\bar{L}(n)}$ к конечным нелинейным, так как они уже не изоморфны конечным линейным решёткам, а потому способны внести нечто новое в формализованное описание уровней безопасности АИС СН – идею неполной попарной их сравнимости, которая означает то, что не все, а лишь некоторые пары уровней сравнимы. При использовании математического аппарата нелинейных решёток в качестве основы для математического моделирования сложной системы обеспечения безопасности информации в АИС СН, иерархически декомпозируемой по уровням безопасности, сохраняется присущая математическим моделям мандатной политики безопасности высокая гарантированность выполнения правил разграничения доступа к информации, но существенно повышается гибкость этих правил за счёт возможности существенно более сложного упорядочения уровней безопасности.

Поэтому требуется разработать такую математическую модель, которая реализовала бы эту возможность с помощью системного подхода [11, 12].

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Классический пример нелинейной решётки – решётка Λ_F с носителем

$$F = \{f|f: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}\}, \quad (20)$$

в которой частичная упорядоченность $\leq$ и алгебраические операции $\vee$ и $\wedge$ заданы следующими выражениями [9]:

$$(\forall f, g \in F) \left(\begin{aligned} &(f \leq g) \Leftrightarrow \\ &(\Leftrightarrow ((\forall t \in [0,1])(f(t) \leq g(t)))) \end{aligned} \right); \quad (21)$$

$$(\forall f, g \in F)(\forall t \in [0,1]) \left(\begin{aligned} &f(t) \vee g(t) = \\ &= \sup\{f(t), g(t)\} = \\ &= \max(f(t), g(t)) \end{aligned} \right); \quad (22)$$

$$(\forall f, g \in F)(\forall t \in [0,1]) \left(\begin{aligned} &f(t) \wedge g(t) = \\ &= \inf\{f(t), g(t)\} = \\ &= \min(f(t), g(t)) \end{aligned} \right). \quad (23)$$

Однако решётка Λ_F , заданная выражениями (20)-(23), хотя и обладает перспективными для дальнейшего теоретического анализа отношениями (21) и операциями (22) и (23), всё же не подходит для формализованного описания уровней безопасности АИС СН, так как эта решётка не конечна, а мощность её носителя F , заданного выражением (20), даже больше мощности континуума. Неподходящий носитель F , заданный выражением (20), можно заменить подходящим носителем $\bar{L}(n)$, заданным выражением (18) в его расширенной (за счёт представления каждого элемента итогового носителя некоторой заданной мощности $N \in \mathbb{N}$ в виде вектора-столбца одного и того же размера $M \in \mathbb{N}$) форме

$$\bar{L}(M, N) = \{\mathbf{l}_1, \mathbf{l}_2, \dots, \mathbf{l}_N\}, \mathbf{l}_j = (l_{1j}, l_{2j}, \dots, l_{Mj})^T, \\ l_{ij} \in \bar{L}(n), i = \overline{1, M}, j = \overline{1, N}, \quad (24)$$

перейдя, тем самым, от бесконечной нелинейной решётки Λ_F к конечной нелинейной решётке $\bar{\Lambda}_{\bar{L}(M, N)}$, частичная упорядоченность $\leq$ и алгебраические операции $\vee$ и $\wedge$ в которой заданы следующими выражениями, полученными необходимой адаптацией выражений (21)-(23) к другому носителю (24):

$$(\forall \mathbf{l}_{j_1}, \mathbf{l}_{j_2} \in \bar{L}(M, N)) \left(\begin{aligned} &(\mathbf{l}_{j_1} \leq \mathbf{l}_{j_2}) \Leftrightarrow \\ &(\Leftrightarrow ((\forall i \in \mathbb{N} | 1 \leq i \leq M) \\ & (l_{ij_1} \leq l_{ij_2}))) \end{aligned} \right); \quad (25)$$

$$(\forall \mathbf{l}_{j_1}, \mathbf{l}_{j_2} \in \bar{L}(M, N)) (\forall i \in \mathbb{N} | 1 \leq i \leq M) \\ (\mathbf{l}_{j_1} \vee \mathbf{l}_{j_2} = \sup\{\mathbf{l}_{j_1}, \mathbf{l}_{j_2}\} = \max(l_{ij_1}, l_{ij_2})); \quad (26)$$

$$(\forall \mathbf{l}_{j_1}, \mathbf{l}_{j_2} \in \bar{L}(M, N)) (\forall i \in \mathbb{N} | 1 \leq i \leq M) \\ (\mathbf{l}_{j_1} \wedge \mathbf{l}_{j_2} = \inf\{\mathbf{l}_{j_1}, \mathbf{l}_{j_2}\} = \min(l_{ij_1}, l_{ij_2})). \quad (27)$$

Очевидно, что в выражении (24) для устранения избыточности уровней безопасности АИС СН следует полагать

$$(\forall \mathbf{l}_{j_1}, \mathbf{l}_{j_2} \in \bar{L}(M, N)) (\mathbf{l}_{j_1} \neq \mathbf{l}_{j_2}). \quad (28)$$

Аналогично неподходящий носитель F , заданный выражением (20), можно заменить другим подходящим носителем $L_0(n)$, заданным выражением (17), в его расширенной в том же смысле форме $L_0(M, N)$, перейдя от бесконечной нелинейной решётки Λ_F к конечной нелинейной решётке $\bar{\Lambda}_{L_0(M, N)}$, при этом выражения (24)-(28) остаются в силе с заменой в них $\bar{L}(n)$ на $L_0(n)$.

Величины l_{ij} , $i = \overline{1, M}$, $j = \overline{1, N}$, определяющие носитель $\bar{L}(M, N)$ или $L_0(M, N)$ решётки $\bar{\Lambda}_{\bar{L}(M, N)}$ или $\bar{\Lambda}_{L_0(M, N)}$ в соответствии с (24) без замены в ней $\bar{L}(n)$ на $L_0(n)$ или с таковой заменой, составляют матрицу $\bar{\mathbf{L}}_{M \times N} = \|\mathbf{l}_{ij}\|_{M \times N}$, $i = \overline{1, M}$, $j = \overline{1, N}$, столбцами которой служат векторы-столбцы $\mathbf{l}_j$, $j = \overline{1, N}$ в роли элементов носителя:

$$\bar{\mathbf{L}}_{M \times N} = \sum_{j=1}^N \mathbf{l}_j \mathbf{e}_j^T, \\ \mathbf{e}_j = (\mathbf{e}_j^k) = \|\mathbf{e}_j^k\|_{1 \times N}, \mathbf{e}_j^k = \delta_{jk}, k = \overline{1, N}, \quad (29)$$

где: $\mathbf{e}_j$, $j = \overline{1, N}$ – стандартный базис в R^N ;
 δ_{jk} – символ Кронекера.

Обратный переход от матрицы $\bar{\mathbf{L}}_{M \times N}$, определённой в (29), к вектор-столбцам $\mathbf{l}_j$, $j = \overline{1, N}$, производится по формуле

$$\mathbf{l}_j = \bar{\mathbf{L}}_{M \times N} \mathbf{e}_j, j = \overline{1, N}. \quad (30)$$

По аналогии с матрицей доступа дискреционной политики безопасности матрицу $\bar{\mathbf{L}}_{M \times N}$, определённую выражением (29), естественно назвать мандатной матрицей доступа. Каждый её столбец как отдельный целостный вектор, определённый выражением (30), заменяет уровень безопасности (обычно числовой, причём, как правило, в виде натурального числа), определённый в математических моделях мандатной политики безопасности, основанных на использовании математического аппарата конечных линейных решёток (цепей) вида $\Lambda_{L_0(N)}$ или $\Lambda_{\bar{L}(N)}$. Аналогично тому, как в упомянутых моделях те или иные уровни безопасности присваиваются как защищаемым объектам (тогда они являют собой метки конфиденциальности), так и пользователям АИС СН (тогда они являют собой степени доверия им), при переходе к использованию предлагаемого математического аппарата конечных нелинейных решёток вида $\bar{\Lambda}_{L_0(M, N)}$ или $\bar{\Lambda}_{\bar{L}(M, N)}$ те или иные столбцы мандатной матрицы доступа как вектор-столбцы тоже присваиваются как защищаемым объектам (тогда они являют собой векторные метки конфиденциальности), так и пользователям АИС СН (тогда они являют собой векторные степени доверия им). Тем самым, переход от конечных линейных решёток к конечным

нелинейным решёткам при формализации правил разграничения доступа к ресурсам АИС СН приводит к переходу от числовых к векторным уровням безопасности.

При этом сразу возникает вопрос о подходящей интерпретации векторных уровней безопасности (причём отдельно для векторных меток конфиденциальности и для векторных степеней доверия) тем более что такая интерпретация неоднозначна. Подходящим ориентиром здесь может служить классическая интерпретация матриц доступа дискреционной политики безопасности, согласно которой строки соответствуют пользователям или субъектам, выступающим в качестве посредников между пользователями и объектами, столбцы – объектам, а элемент матрицы – характеристике прав доступа данного пользователя или субъекта к данному объекту. Одним из недостатков такой формализации неизбежно оказывается то, что пользователи и субъекты занимают в ней одно и то же место, хотя более адекватным представлением доступа пользователя к объекту является разделение этого доступа на две фазы или этапа: доступ пользователя к субъекту как к посреднику, и доступ субъекта как посредника к объекту. Векторный характер уровня безопасности вместо числового позволяет устранить данный недостаток следующим образом.

Так как векторные метки конфиденциальности присваиваются защищаемым объектам, то естественно ассоциировать их с доступом к объектам. Аналогично, так как векторные степени доверия присваиваются пользователям, то естественно ассоциировать их с доступом только пользователей, но не субъектов. Субъекты же, группируемые в соответствующие классы безопасности субъектов, естественно ассоциировать с элементами векторных уровней безопасности. Все классы безопасности субъектов взаимно не пересекаются, и каждый субъект принадлежит ровно одному из этих классов. Таким образом, величина M трактуется как количество классов безопасности субъектов в АИС СН, а индекс $i = \overline{1, M}$ в (24)-(27) – как номер класса безопасности субъектов. Векторный уровень безопасности l_j представляет собой набор M числовых уровней безопасности l_{ij} , $i = \overline{1, M}$. Если векторный уровень безопасности l_j присвоен объекту в качестве векторной метки конфиденциальности, то соответствующий числовой уровень безопасности l_{ij} интерпретируется как числовая метка конфиденциальности, которая присвоена объекту в отношении доступа к нему субъектов, относящихся к классу безопасности субъектов i . Если же векторный уровень безопасности l_j присвоен пользователю в качестве векторной степени доверия, то соответствующий числовой уровень безопасности l_{ij} интерпретируется, как числовая степень доверия, которая присвоена пользователю в отношении доступа его к субъектам, относящимся к классу безопасности субъектов i .

Иерархическая декомпозиция АИС СН по уровням безопасности $L_0(M, N)$ или $\tilde{L}(M, N)$ нелинейных решёток $\tilde{L}_{L_0(M, N)}$ или $\tilde{L}_{\tilde{L}(M, N)}$ соответственно производится в рамках субъектно-объектной модели [10] АИС СН функцией уровня безопасности (в данном случае уже не числового, а векторного) $F_{L_0(M, N)}: X \rightarrow$

$L_0(M, N)$ или $F_{\tilde{L}(M, N)}: X \rightarrow \tilde{L}(M, N)$. В отличие от случая линейных решёток $L_{L_0(N)}$ или $L_{\tilde{L}(N)}$, в котором аргумент X функции числового уровня безопасности представляется в виде $X = S \cup O$, где S – множество субъектов, O – множество объектов, в случае нелинейных решёток $\tilde{L}_{L_0(M, N)}$ или $\tilde{L}_{\tilde{L}(M, N)}$ аргумент X функции векторного уровня безопасности представляется в виде $X = U \cup O$, где U – множество пользователей, O – множество объектов. Функция $F_{L_0(M, N)}$ или $F_{\tilde{L}(M, N)}$ векторного уровня безопасности для случая нелинейных решёток $\tilde{L}_{L_0(M, N)}$ или $\tilde{L}_{\tilde{L}(M, N)}$, как и функция $F_{L_0(n)}$ или $F_{\tilde{L}(n)}$ числового уровня безопасности для случая линейных решёток $L_{L_0(N)}$ или $L_{\tilde{L}(N)}$, в общем случае необратима как функция, но при её рассмотрении как отображения общего вида обратное ему отображение $F_{L_0(M, N)}^{-1}: L_0(M, N) \rightarrow X$ или $F_{\tilde{L}(M, N)}^{-1}: \tilde{L}(M, N) \rightarrow X$, как и обратное отображению $F_{L_0(n)}$ или $F_{\tilde{L}(n)}$ отображение $F_{L_0(n)}^{-1}$ или $F_{\tilde{L}(n)}^{-1}$, задаёт классы безопасности X_j тех сущностей АИС СН, которым присвоены уровни безопасности (в данном случае нелинейных решёток $\tilde{L}_{L_0(M, N)}$ или $\tilde{L}_{\tilde{L}(M, N)}$ векторные уровни безопасности присваиваются уже не субъектам и объектам, как в случае линейных решёток $L_{L_0(N)}$ или $L_{\tilde{L}(N)}$, субъектам и объектам присваиваются числовые уровни безопасности, причём $j = \overline{1, n}$, а пользователям и объектам, причём $j = \overline{1, N}$), удовлетворяющие выражениям:

$$\bigcup_{j=1}^N X_j = X; X_{j_1} \cap X_{j_2} = \emptyset, j_1 \neq j_2; \quad (31)$$

$$(\forall j = \overline{1, N})(\forall x \in X_j) \\ (F_{L_0(M, N)}(x) = l_j \in L_0(M, N)); \quad (32)$$

$$(\forall j = \overline{1, N})(\forall x \in X_j) \\ (F_{\tilde{L}(M, N)}(x) = l_j \in \tilde{L}(M, N)). \quad (33)$$

Итог иерархической декомпозиции АИС СН по уровням безопасности $L_0(M, N)$ или $\tilde{L}(M, N)$ представляет собой классы безопасности X_j , удовлетворяющие выражениям (31)-(33) как частному случаю (16).

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Проведённый теоретический анализ позволяет специфицировать математическую модель подсистемы обеспечения безопасности информации в АИС СН, иерархически декомпозируемой по уровням безопасности, при переходе с математического аппарата конечных линейных решёток на математический аппарат конечных нелинейных решёток для обеспечения удобства разработки и анализа гибких правил разграничения доступа к информации с высокой гарантированностью их выполнения. Такой переход сопряжён с переходом от числовых уровней безопасности, присваиваемых субъектам в качестве числовых степеней доверия к ним и объектам в качестве их числовых меток конфиденциальности, к векторным уровням безопасности, присваиваемым пользователям в качестве векторных степеней доверия к ним и объектам в

качестве их векторных меток конфиденциальности. Правила “no read up” (NRU) и “no write down” (NWD) мандатной политики безопасности при этом остаются в силе с точностью до замены субъектов на пользователей и числовых уровней безопасности на векторные. Правило NRU принимает вид правила возможного наличия у данного пользователя с данной векторной степенью доверия права чтения информации из данного объекта с данной векторной меткой конфиденциальности только в том случае, когда она присвоена этому объекту в соответствии с векторным уровнем безопасности, который не выше того векторного уровня безопасности, в соответствии с которым присвоена данная векторная степень доверия данному пользователю. Правило NWD принимает вид правила возможного наличия у данного пользователя с данной векторной степенью доверия права записи информации в данный объект с данной векторной меткой конфиденциальности только в том случае, когда она присвоена ему в соответствии с векторным уровнем безопасности, который не ниже того векторного уровня безопасности, в соответствии с которым присвоена данная векторная степень доверия данному пользователю.

Правила NRU и NWD, сформулированные для случая использования математического аппарата конечных нелинейных решёток, формализуются следующим образом. Пусть пользователю присвоена степень доверия в виде векторного уровня безопасности $\mathbf{l}_{ju} = (l_{1ju}, l_{2ju}, \dots, l_{Mju})^T$, $j_u \in N$, $1 \leq j_u \leq N$, а данному объекту присвоена векторная метка конфиденциальности в виде векторного уровня безопасности $\mathbf{l}_{jo} = (l_{1jo}, l_{2jo}, \dots, l_{Mjo})^T$, $j_o \in N$, $1 \leq j_o \leq N$.

Тогда правило NRU утверждает, что пользователь может иметь право чтения информации из данного объекта только в том случае, когда $\mathbf{l}_{ju} \geq \mathbf{l}_{jo}$, а правило NWD утверждает, что данный пользователь может иметь право записи информации в данный объект только в том случае, когда $\mathbf{l}_{ju} \leq \mathbf{l}_{jo}$. Далее, с использованием выражения (25), эти же правила NRU и NWD можно детализировать до числовых уровней безопасности следующим образом.

Согласно правилу NRU, у данного пользователя может присутствовать право чтения информации из данного объекта только в том случае, когда при чтении через посредничество любого субъекта, относящегося к каждому классу безопасности субъектов $i = \overline{1, M}$, числовой уровень безопасности, в соответствии с которым присвоена данная числовая степень доверия данному пользователю, не ниже числового уровня безопасности, в соответствии с которым присвоена данная числовая метка конфиденциальности данному объекту, т. е. справедливо неравенство $l_{ij_u} \geq l_{ij_o}$. Согласно правилу NWD, у данного пользователя может присутствовать право записи информации в данный объект только в том случае, когда при записи через посредничество любого субъекта, относящегося к каждому классу безопасности субъектов $i = \overline{1, M}$, числовой уровень безопасности, в соответствии с которым присвоена данная числовая степень доверия данному пользователю, не выше числового уровня безопасности, в соответствии с ко-

торым присвоена данная числовая метка конфиденциальности данному объекту, т. е. справедливо неравенство $l_{ij_u} \leq l_{ij_o}$.

Согласно совместному применению правил NRU и NWD, данный пользователь может иметь права чтения информации из данного объекта и одновременно записи информации в данный объект только в том случае, когда одновременно выполнены условия $\mathbf{l}_{ju} \geq \mathbf{l}_{jo}$ и $\mathbf{l}_{ju} \leq \mathbf{l}_{jo}$. В силу свойства (2) антисимметричности решеток это означает, что $\mathbf{l}_{ju} = \mathbf{l}_{jo}$, т. е. каждый объект доступен любому пользователю того же самого уровня безопасности, что и у объекта. Тем самым, случай $\mathbf{l}_{ju} = \mathbf{l}_{jo}$ выходит за пределы области применимости мандатного метода контроля доступа и подпадает под действие дискреционного метода (аналогичный факт имеет место и при использовании математического аппарата линейных решёток). Область применимости дискреционного метода опять лежит внутри каждого конкретного класса безопасности (в данном нелинейном случае – класса безопасности пользователей и объектов).

Важным отличием нелинейных решёток от линейных является отсутствие требования сравнимости любых двух элементов, в силу чего векторные уровни безопасности $\mathbf{l}_{ju}$ и $\mathbf{l}_{jo}$ необязательно сравнимы. В случае их несравнимости, у данного пользователя отсутствует как право чтения информации из данного объекта, так и право записи информации в данный объект. Так, согласно (25), для нелинейных решёток $\tilde{L}_{L_0(M,N)}$ и $\tilde{L}_{\bar{L}(M,N)}$ этот случай несравнимости $\mathbf{l}_{ju}$ и $\mathbf{l}_{jo}$ формализуется вплоть до детализации по числовым уровням безопасности следующим образом:

$$\begin{aligned} & (\exists \mathbf{l}_{ju}, \mathbf{l}_{jo} \in L_0(M, N)) \\ & \left(\left(\left((l_{ju} \leq l_{jo}) \vee \right) \right) \right) \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \left(\left(\exists i_1, i_2 \in N | 1 \leq i_1, i_2 \leq M \right) \right) \\ & \left((l_{i_1 j_u} > l_{i_1 j_o} \wedge l_{i_2 j_u} < l_{i_2 j_o}) \right) \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} & (\exists \mathbf{l}_{ju}, \mathbf{l}_{jo} \in \bar{L}(M, N)) \\ & \left(\left(\left((l_{ju} \leq l_{jo}) \vee \right) \right) \right) \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \left(\left(\exists i_1, i_2 \in N | 1 \leq i_1, i_2 \leq M \right) \right) \\ & \left((l_{i_1 j_u} > l_{i_1 j_o} \wedge l_{i_2 j_u} < l_{i_2 j_o}) \right) \end{aligned} \quad (35)$$

Неравенство $l_{i_1 j_u} > l_{i_1 j_o}$ в (34) и (35) требует отсутствия у данного пользователя права записи информации в данный объект по причине того, что возможное посредничество субъекта из класса безопасности субъектов i_1 не гарантирует безопасности такого доступа. Неравенство $l_{i_2 j_u} < l_{i_2 j_o}$ в (34) и (35) требует отсутствия у данного пользователя права чтения информации из данного объекта по причине того, что возможное посредничество субъекта из класса безопасности субъектов i_2 не гарантирует без-

опасности такого доступа. В конечном счете, из этих двух требований вытекает, что действительно у данного пользователя отсутствует как право чтения информации из данного объекта, так и право записи информации в данный объект. При использовании же математического аппарата линейных решёток мандатный метод контроля доступа не даёт возможности установить полный запрет на доступ данного пользователя к данному объекту: и на чтение, и на запись. В этом проявляется одно из преимуществ использования математического аппарата нелинейных решёток вместо линейных.

Модель Белла-ЛаПадулы [8, 10], играющая важную роль при математическом моделировании подсистемы обеспечения безопасности информации в АИС СН, иерархически декомпозируемой по уровням безопасности, естественным образом адаптируется под переход на использование нелинейных решёток уровней безопасности вместо линейных. Так, вместо множества S субъектов в адаптированной модели Белла-ЛаПадулы фигурирует множество U пользователей. При этой адаптации множество O объектов и множество R прав доступа остаются инвариантными. В классическом варианте модели Белла-ЛаПадулы $R = \{read, write\}$. Соответственно замене S на U , матрица доступа для дискреционного метода контроля доступа внутри классов безопасности пользователей и объектов принимает вид $A_{|U| \times |O|} = \|a_{uo}\|_{|U| \times |O|}$ вместо $A_{|S| \times |O|} = \|a_{so}\|_{|S| \times |O|}$, где $u \in U$, $s \in S$, $o \in O$. Конечная линейная решётка $L_{L_0(N)}$ или $L_{\bar{L}(N)}$ числовых уровней безопасности $L_0(N)$ или $\bar{L}(N)$ субъектов и объектов АИС СН заменяется на конечную нелинейную решетку $\tilde{L}_{L_0(M,N)}$ или $\tilde{L}_{\bar{L}(M,N)}$ векторных уровней безопасности $L_0(M,N)$ или $\bar{L}(M,N)$ пользователей и объектов АИС СН. Соответственно замене решетки, функция $F_{L_0(N)}: S \cup O \rightarrow L_0(N)$ или $F_{\bar{L}(N)}: S \cup O \rightarrow \bar{L}(N)$ числового уровня безопасности субъектов и объектов АИС СН заменяется на функцию $F_{L_0(M,N)}: U \cup O \rightarrow L_0(M,N)$ или $F_{\bar{L}(M,N)}: U \cup O \rightarrow \bar{L}(M,N)$ векторного уровня безопасности пользователей и объектов АИС СН. Состояние подсистемы обеспечения безопасности информации в АИС СН, иерархически декомпозируемой по конечной нелинейной решётке $\tilde{L}_{L_0(M,N)}$ или $\tilde{L}_{\bar{L}(M,N)}$ векторных уровней безопасности $L_0(M,N)$ или $\bar{L}(M,N)$, определяется кортежем $(F_{L_0(M,N)}, A_{|U| \times |O|})$ или $(F_{\bar{L}(M,N)}, A_{|U| \times |O|})$ соответственно.

Все такие состояния образуют множество V , в котором особо выделяется начальное состояние $v_0 \in V$. Переход системы из одного состояния в другое происходит в результате запросов пользователей (а не субъектов) на проведение операций, трактуемое как доступ пользователей к объектам, причём все такие запросы образуют множество Q . При адаптации модели Белла-ЛаПадулы сохраняет свой общий вид функция переходов $F_T: (V \times Q) \rightarrow V$, согласно которой происходит переход системы из старого состояния $v \in V$ в новое состояние $v^* \in V$ при очередном запросе $q \in Q$ пользователя на доступ. В модели Белла-ЛаПадулы подсистема обеспечения безопасности информации в АИС СН представляется при такой адаптации кортежем $\Sigma = (v_0, Q, F_T)$.

Без ограничения общности будем считать, что выбрана решётка $\tilde{L}_{L_0(M,N)}$ векторных уровней безопасности $L_0(M,N)$. Безопасность относительно этой решётки данного состояния означает безопасность относительно неё же данного состояния одновременно и по чтению, и по записи (соблюдение в данном состоянии всеми пользователями обоих правил NRU и NWD). Безопасность относительно этой решётки данного состояния по чтению означает, что в этом состоянии каждый пользователь соблюдает правило NRU:

$$(\forall u \in U)(\forall o \in O | read \in a_{uo}) \\ (F_{L_0(M,N)}(u) \geq F_{L_0(M,N)}(o)). \quad (36)$$

Аналогично, безопасность относительно этой решётки данного состояния по записи означает, что в нем каждый пользователь соблюдает правило NWD:

$$(\forall u \in U)(\forall o \in O | write \in a_{uo}) \\ (F_{L_0(M,N)}(o) \geq F_{L_0(M,N)}(s)). \quad (37)$$

Критерий безопасности системы $\Sigma = (v_0, Q, F_T)$ в модели Белла-ЛаПадулы в своём общем виде инвариантен относительно выбора решётки уровней безопасности – безопасность состояния v_0 и всех из него достижимых за конечное число запросов из Q .

Основная теорема безопасности в модели Белла-ЛаПадулы гарантирует безопасность системы $\Sigma = (v_0, Q, F_T)$ с выбранной конечной нелинейной решёткой уровней безопасности (например, $\tilde{L}_{L_0(M,N)}$), если и только если обеспечена безопасность состояния v_0 и поддерживаются следующие ограничения на переходы $F_T(v, q) = v^*$, где $v = (F_{L_0(M,N)}, A_{|U| \times |O|})$, $v^* = (F_{L_0(M,N)}^*, A_{|U| \times |O|}^*)$, $A_{|U| \times |O|}^* = \|a_{uo}^*\|_{|U| \times |O|}$, регламентируемые функцией F_T и осуществляемые по конечному числу последовательных запросов вида $q \in Q$:

$$(\forall u \in U)(\forall o \in O | read \in a_{uo}^* \wedge read \in a_{uo}) \\ (F_{L_0(M,N)}^*(u) \geq F_{L_0(M,N)}^*(o)); \quad (38)$$

$$(\forall u \in U) \left(\begin{array}{l} \forall o \in O | read \in a_{uo} \wedge \\ \wedge F_{L_0(M,N)}^*(u) < \\ < F_{L_0(M,N)}^*(o) \end{array} \right) (read \notin a_{uo}^*); \quad (39)$$

$$(\forall u \in U)(\forall o \in O | write \in a_{uo}^* \wedge write \notin a_{uo}) \\ (F_{L_0(M,N)}^*(u) \geq F_{L_0(M,N)}^*(o)); \quad (40)$$

$$(\forall u \in U) \left(\begin{array}{l} \forall o \in O | write \in a_{uo} \wedge \\ \wedge F_{L_0(M,N)}^*(u) < \\ < F_{L_0(M,N)}^*(o) \end{array} \right) (write \notin a_{uo}^*). \quad (41)$$

Ограничения (38)-(41) используют понятие безопасности состояний (36) и (37).

Доказательство этой теоремы провели Белл и ЛаПадула, причём независимо от выбора используемой решётки уровней безопасности. Тем самым, в рассматриваемом в настоящей статье случае конечных нелинейных решёток основная теорема безопасности остается в силе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленном исследовании разработана такая математическая модель подсистемы обеспечения безопасности информации в АИС специального назначения, иерархически декомпозируемой по уровням безопасности, на основе которой удобно разрабатывать и анализировать сравнительно гибкие правила разграничения доступа к информации с высокой гарантированностью их выполнения за счёт использования математического аппарата конечных нелинейных решёток. Разработанная модель интегрирует принципы мандатного и дискреционного методов контроля доступа, рассматривая субъекты в роли посредников между пользователями и объектами. Высокая гарантированность защиты информации обеспечивается за счёт привлечения к анализу защищённости АИС специального назначения доказательной базы, присущей математическим моделям мандатной политики безопасности, в виде основной теоремы безопасности в модели Белла-ЛаПадулы, адаптированной подходящим образом к формализации уровней безопасности конечными нелинейными решётками.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Моисеев В.С., Дятчин В.В., Козар А.Н., Бутузова А.В. Об автоматизированных системах специального назначения // Исследования по информатике. – 2007. – Вып. 11. – С. 153–162.
2. Губин И.А., Губина С.С., Дубровин А.С., Сумин В.И. Описание политики безопасности эталонной модели защищенной автоматизированной системы // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. – 2015. – Т. 20, № 5. – С. 1117–1120.
3. Сумин В.И., Громов Ю.Ю., Тютюнник В.М. Оптимизация функционирования информационных систем специального назначения // Научно-техническая информация. Сер.2. – 2023. – № 5. – С. 7–12. DOI: 10.36535/0548-0027-2023-05-1; Sumin V.I., Gromov Yu.Yu., Tyutyunnik V.M. Prospects for the Application of Digital Twin Systems and the Intellectualization of Calculations for the Strength of Chemical Equipment // Automatic Documentation and Mathematical Linguistics. – 2023. – Vol. 57, № 3. – P. 135–139.
4. Быковский А.Н., Дубровин А.С., Сумин В.И. Математическая модель политики безопасности подсистемы учёта труда и заработной платы защищенного информационного процесса финансовой деятельности // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2011. – Т. 7, № 9. – С. 38–40.
5. Дубровин А.С., Сумин В.И. Математическая модель политики информационной безопасности подсистемы эталонной автоматизированной системы обработки данных на основе ЭМЗАС-сети // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия: Экономика. Информатика. – 2009. – № 1(56). – С. 26–44.
6. Заряев А.В., Сумин В.И., Застрожных И.И., Дубровин А.С., Рогозин Е.А. Методическое обеспечение управления доступом пользователей

- к рабочей среде автоматизированных систем // Телекоммуникации. – 2004. – № 2. – С. 39–44.
7. Гретцер Г. Общая теория решёток / пер. с англ. А.Д. Больбота, В.А. Горбунова и В.И. Туманова; под ред. Д.М. Смирнова. – Москва: Мир, 1981. – 456 с.
8. Гайдамакин Н.А. Теоретические основы компьютерной безопасности : учебное пособие. – Екатеринбург: УрГУ, 2008. – 201 с.
9. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – 7-е изд. – Москва: Физматлит, 2004. – 572 с.
10. Девянин П.Н., Михальский О.О., Правиков Д.И., Щербаков А.Ю. Теоретические основы компьютерной безопасности: учеб. пособие для вузов. – Москва: Радио и связь, 2000. – 192 с.
11. Тютюнник В.М., Баканов А.С. Подходы к анализу информационных процессов в организации // Информационные ресурсы России. – 2023. – №2(191). – С. 58–71. DOI: 10.52605/16059921_2023_02_58.
12. Сумин В.И., Грачев Е.Д., Громов Ю.Ю., Тютюнник В.М. Математические модели определения времени обработки запросов на серверах информационных систем специального назначения // Научно-техническая информация. Сер. 2. – 2023. – № 10. – С. 11–15. DOI: 10.36535/0548-0027-2023-10-2; Sumin V.I., Grachev E.D., Gromov Yu.Yu., Tyutyunnik V.M. Mathematical Models for Determining the Time of Processing Requests on Servers of Special-Purpose Information Systems // Automatic Documentation and Mathematical Linguistics. – 2023. – Vol. 57, № 5. – P. 296–300.

Материал поступил в редакцию 27.10.24.

Сведения об авторах

ДУБРОВИН Анатолий Станиславович – доктор технических наук, доцент, профессор кафедры информационной безопасности телекоммуникационных систем Воронежского института ФСИН России
e-mail: lbtk_kafedra@mail.ru

СУМИН Виктор Иванович – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры информационной безопасности телекоммуникационных систем Воронежского института ФСИН России
e-mail: viktorsumin51@yandex.ru

ГРОМОВ Юрий Юрьевич – доктор технических наук, профессор, директор института автоматизации и информационных технологий Тамбовского государственного технического университета (ТГТУ), профессор кафедры «Информационные системы и защита информации»
e-mail: gromovtambov@yandex.ru

ТЮТЮННИК Вячеслав Михайлович – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Конструирование радиоэлектронных и микропроцессорных систем» ТГТУ, профессор кафедры библиотечно-информационных наук Московского государственного института культуры
e-mail: vmtutyunnik@gmail.com