

УДК 511

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ КАТАМАРАНА, ПРИВОДИМОГО В ДВИЖЕНИЕ С ПОМОЩЬЮ РОТОРА САВОНИУСА И ГРЕБНОГО ВИНТА¹

© 2024 г. М.А. Гарбуз^{a, b, *}, Л.А. Климина^a, В. А. Самсонов^a

^aНИИ механики МГУ, Москва, Россия

^bМатематический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук, Москва, Россия

*e-mail: misha-garbuz@yandex.ru

Поступила в редакцию 14.06.2023 г.

После доработки 26.07.2023 г.

Принята к публикации 02.10.2023 г.

Рассматривается динамика катамарана с установленным на него ротором Савониуса и гребным винтом. Ротор вращается под действием стационарного потока ветра и приводит во вращение гребной винт, создающий тягу. В качестве управления описывается угол курса катамарана относительно потока ветра. Задачей управления является перевод центра масс корпуса из начальной точки в заданную конечную точку, расположенную строго выше по потоку ветра. Установлена возможность прямолинейного движения против ветра. Проанализирована зависимость скорости корпуса на стационарном режиме движения против ветра от радиусов ротора Савониуса и гребного винта.

Ключевые слова: движение против ветра, ротор Савониуса, гребной винт, управление

DOI: 10.31857/S0002338824010101, EDN: WJFEMG

MODELING OF THE DYNAMICS OF A CATAMARAN DRIVEN BY A SAVONIUS ROTOR AND A PROPELLER

© 2024 M.A. Garbuz^{a, b, *}, L.A. Klimina^a, V.A. Samsonov^a

^aMoscow, Institute of Mechanics of Lomonosov Moscow State University

^bMoscow, Steklov Mathematical Institute of Russian Academy of Sciences

*e-mail: misha-garbuz@yandex.ru

The dynamics of a catamaran with a Savonius rotor and a propeller installed on it is considered. Under the action of a stationary wind flow the rotor rotates and transmit it to the the propeller, which creates thrust. As a control, the angle of the catamaran's course relative to the wind flow is considered. The control task is to move the center of the masses of the hull from the starting point to a given endpoint located strictly upstream of the wind. The possibility of straight motion against the wind is shown. The dependence of the average velocity in the stationary mode of movement against the wind on the radii of the Savonius rotor and propeller is analyzed.

Keywords: motion against the wind, Savonius rotor, water propeller, control

Введение. Важной задачей, стоящей перед механическими и роботехническими устройствами, является перемещение в горизонтальной плоскости. При этом в качестве источника энергии для такого перемещения представляется актуальным использование возобновляемой энергии ветра.

Классическое средство преобразования энергии ветра в полезную форму — это применение парусов. На парус, находящийся в потоке среды, действует сила лобового давления, мотивирующая движение. В судовой навигации паруса позволяют организовать перемещение в произвольном направлении, в том числе и наименее очевидном: навстречу ветру. В последнем случае выбирают курс судна под острым углом к потоку, а паруса разворачивают так,

¹ Работа поддержана Российским научным фондом (проект № 23-29-000191), <https://rscf.ru/project/23-29-000191/>.

чтобы проекция силы давления ветра на его направление была отрицательной. Такой принцип лежит в основе движения галсами [1].

В 1922 г. возникла идея замены парусов вращающимися цилиндрами [2]. На корпусе судна устанавливаются цилиндрические роторы с вертикальной осью вращения. При обтекании вращающегося тела в потоке воздуха возникает так называемая сила Магнуса [3], перпендикулярная направлению потока. Эта сила по величине может существенно превосходить силу давления, действующую на неподвижный ротор [4, 5]. Под действием боковой силы корабль с ротором способен перемещаться под более острым углом к встречному ветру, по сравнению с классическим парусником. В работе [6] на основе уравнений Навье-Стокса построена математическая модель такой системы, проведен параметрический анализ.

Вместе с тем известны схемы, реализующие строго прямолинейное движение навстречу потоку за счет энергии этого потока. Для водных судов в 70-е годы XX в. были испытаны ветродвигатели, состоящие из комбинации пропеллерной турбины и гребного винта [7]. В [8] построена математическая модель катамарана с ветродвигателем, проведено численное моделирование установившихся режимов движения против ветра и определены параметры, обеспечивающие наивысшую скорость.

Отметим, что возможность перемещения против ветра за счет энергии ветра была установлена не только для водных судов. Так, в работе [9] показано, что колесное транспортное средство, оснащенное в качестве привода только горизонтально-осевой ветротурбиной, способно перемещаться строго против ветра. В [10] приводом для ветромобиля выступает ветроустановка колебательного типа. Колебания ветроприемной пластины инициируют вращение ведущих колес. В статье выполнен параметрический анализ, в ходе которого описаны зависимости средней скорости устройства на периодических решениях от параметров модели. Перемещение шагающего аппарата с пропеллерной ветротурбиной обсуждалось в работе [11]. Были определены условия существования самоподдерживающегося периодического режима движения, при котором корпус аппарата перемещается навстречу потоку. Возможность описанного перемещения для шагающего аппарата подтверждена экспериментально.

Для транспортных устройств в качестве источника силы и момента наряду с пропеллерными турбинами представляется уместным использование роторов с вертикальной осью вращения. В качестве последних могут служить турбины Савониуса или Дарье [12, 13]. При этом основным преимуществом является отсутствие чувствительности ветроприемного устройства к направлению ветра. В научной литературе известно множество работ, посвященных моделированию поведения таких турбин в потоке. Среди них отметим статью [14], в которой проведена экспериментальная идентификация коэффициентов феноменологической модели аэродинамического воздействия на ротор Савониуса. Полученные результаты идентификации применены для исследования динамики колесной тележки, с установленным на нее ротором Савониуса в роли силового привода. В частности, продемонстрирована возможность движения тележки навстречу ветру за счет энергии ветра.

Конструкция водного судна с ротором Савониуса, который выступает силовым приводом, была предложена в патентах [15, 16], а также описана в публикации [17]. В частности, утверждается, что конструкция позволяет двигаться прямо против ветра [17]. Однако на данный момент в литературе не рассматривалась математическая модель такого объекта, не было получено оценок для характеристик его движения.

Настоящая статья посвящена математической модели катамарана с установленным на него ротором Савониуса. Определен диапазон параметров, для которого возможно организовать прямолинейное движение против ветра. Поставлена задача выбора управления курсом движения катамарана, которое обеспечивает его наискорейшее перемещение в заданную точку, расположенную выше по потоку ветра. Несмотря на то что движение по прямой против ветра происходит по кратчайшему пути, время перемещения в заданную точку, расположенную строго выше по направлению ветра, будет минимально при комбинации движений под некоторыми углами к ветру. Это объясняется влиянием боковой силы, действующей на ротор.

1. Описание математической модели и постановка задачи. Рассмотрим прямолинейное движение плавательного катамарана, снабженного ротором Савониуса [12], в стационарном потоке ветра. Механическая система состоит из двух поплавков, образующих корпус, а также установленных на нем ротора Савониуса и гребного винта. Гребной винт и ротор Савониуса

связаны между собой прямой передачей, т.е. один оборот ротора преобразуется в один оборот гребного винта. Система находится в стационарном горизонтальном потоке воздуха, скорость которого равна $\vec{v}$. Под действием ветра ротор Савониуса начинает вращаться, передавая это вращение на гребной винт. Гребной винт создает толкающую силу, которая используется для движения катамарана.

Введем неподвижную систему координат $Oxyz$ так, чтобы ось Ox была направлена противоположно скорости ветра, ось Oz — вертикально, а ось Oy дополняла бы систему до правой тройки. Схема катамарана представлена на рис. 1, а.

Будем считать, что поплавки катамарана разнесены между собой на достаточно большое расстояние, что препятствует опрокидыванию корпуса и обеспечивает устойчивость вертикальной ориентации оси ротора Савониуса даже под воздействием ветра. Далее считаем, что ось ротора вертикальна и катамаран совершает плоскопараллельное движение в горизонтальной плоскости (рис. 1, б). При этом среди класса возможных движений ограничимся рассмотрением лишь тех, при которых корпус движется вдоль своей продольной оси. Для реальных судов это условие можно обеспечить добавлением к поплавкам килевой системы, которая исключает их смещение в боковом направлении. Угол между продольной осью катамарана и осью Ox — угол курса — обозначим β . Далее считаем, что значение β кусочно-постоянно в процессе движения и выступает в качестве управления в рассматриваемой системе.

Пусть центры масс ротора и гребного винта расположены на их осях вращения. Запишем выражение для кинетической энергии системы:

$$T = \frac{1}{2} (mu^2 + (J_a + J_w)\omega^2). \quad (1.1)$$

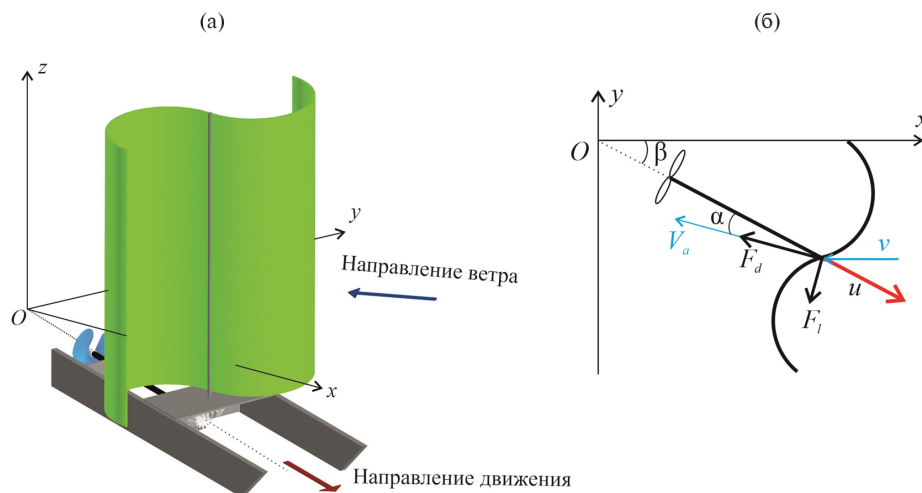


Рис. 1. Катамаран с ротором Савониуса

Здесь M — масса всей системы, u — величина вектора $\vec{u}$ скорости корпуса, J_a — момент инерции ротора Савониуса относительно его оси вращения, J_w — момент инерции гребного винта относительно его оси вращения, ω — величина угловой скорости ротора Савониуса и гребного винта.

Опишем силы, действующие на систему. На корпус катамарана со стороны жидкости при движении действует сила вязкого трения $-k|\vec{u}|\vec{u}$. На лопасти ротора действуют аэродинамические силы со стороны потока ветра. По аналогии с работой [14] будем считать, что это воздействие сводится к силе лобового сопротивления $\vec{F}_d$, боковой силе $\vec{F}_l$ и моменту $\vec{M}_a$ относительно оси ротора, причем сила $\vec{F}_d$ направлена против воздушной скорости $\vec{V}_a$ ротора (т.е. скорости оси ротора относительно набегающего потока), а сила $\vec{F}_l$ — перпендикулярно ей. Гребной винт

создает толкающую силу $\vec{T}_w$, направленную вдоль продольной оси корпуса, и момент $\vec{M}_a$ относительно оси винта. Вышеуказанные силы и моменты имеют следующую структуру [18, 19]:

$$F_d = \frac{\rho_a S_a}{2} V_a^2 C_d(\lambda); F_l = \frac{\rho_a S_a}{2} V_a^2 C_l(\lambda); M_a = \frac{\rho_a S_a}{2} R V_a^2 C_m(\lambda); \quad (1.2)$$

$$T_w = \rho_w v^2 D^4 K_T(j); Q_w = \rho_w v^2 D^5 K_Q(j). \quad (1.3)$$

Здесь ρ_a — плотность воздуха, ρ_w — плотность воды, R — радиус ротора, $S_a = 4R^2$ — характерная площадь поперечного сечения ротора (считаем его квадратом), $V_a = \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv \cos \beta}$ — величина воздушной скорости ротора, $v = \omega / 2\pi$ — угловая скорость гребного винта, вычисленная в оборотах в секунду, D — диаметр гребного винта.

Функции C_d, C_l, C_m — безразмерные коэффициенты лобового сопротивления, боковой силы и момента, действующих на ротор, соответственно. Аргументом этих функций выступает так называемая быстроходность $\lambda = R\omega V_a^{-1}$. Эти функции аппроксимированы в [20] многочленами на основе экспериментальных данных для ротора, приведенных в [19], и имеют следующее представление (рис. 2):

$$C_m(\lambda) = -0.118\lambda^5 + 0.48\lambda^4 - 0.5\lambda^3 + 0.25\lambda + 0.26; C_d(\lambda) = 1; C_l(\lambda) = 1.71\lambda - 0.35.$$

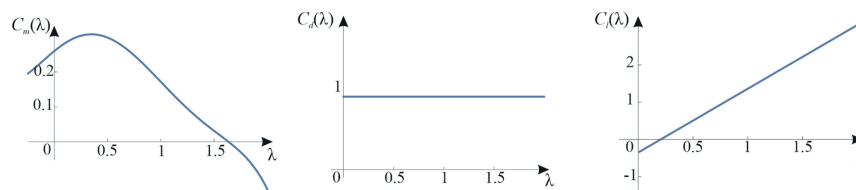


Рис. 2. Графики аэродинамических коэффициентов для ротора Савониуса

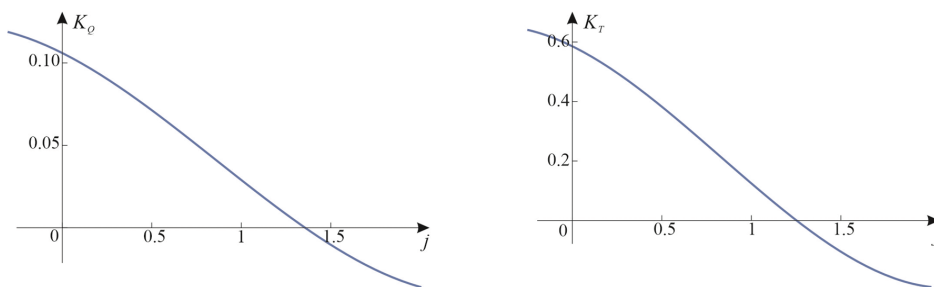


Рис. 3. Характеристики гребного винта серии В4-85

K_T, K_Q — безразмерные коэффициенты тяги и момента гребного винта, которые аппроксимируются по результатам серийных экспериментов в опытовых бассейнах [18]. Аргументом этих функций выступает относительная поступь $j = \pi u(\omega r_w)^{-1}$. Поведение функций указано на рис. 3.

В рамках настоящей работы ограничим область исследования диапазоном значений $0 < v < 600$ об/мин, поскольку формулы (1.3) справедливы только в этом интервале. Тогда, пренебрегая потерями в редукторе и соединительных узлах, можно записать уравнения движения в следующем виде:

$$\begin{cases} M\dot{u} = T_w - F_d \cos \alpha + F_l \sin \alpha - ku^2, \\ (J_a + J_w)\dot{\omega} = M_a - Q_w. \end{cases} \quad (1.4)$$

Здесь $\sin \pm = V_a^{-1} v \sin^2$, $\cos \pm = V_a^{-1} (v \cos^2 + u)$. Запишем (1.4) более подробно:

$$\begin{cases} M\dot{u} = \frac{4}{\pi^2} \rho_w \omega^2 r_w^4 K_T(j) - \frac{\rho_a R h}{2} V_a^2 \left(C_d(\lambda) \frac{v \cos \beta + u}{V_a} - C_l(\lambda) \frac{v \sin \beta}{V_a} \right) - k u^2, \\ (J_a + J_w) \dot{\omega} = \frac{\rho_a R^2 h}{2} V_a^2 C_m(\lambda) - \frac{8}{\pi^2} \rho_w \omega^2 r_w^5 K_Q(j). \end{cases} \quad (1.5)$$

Рассмотрим задачу перемещения центра масс корпуса по произвольной траектории из одной точки, лежащей на оси Ox , в другую на этой же оси, более удаленную от точки. При этом, как упомянуто выше, будем считать управлением угол курса β . Предполагаем, что угол β меняется мгновенно и пренебрегаем временем переходных процессов, связанных с изменением угла курса (считаем, что время выхода системы на стационарный режим пренебрежимо мало по сравнению со временем движения на стационарном режиме). Итак, требуется определить, как менять угол β во время движения, чтобы за минимальное время перевести центр масс корпуса из начальной точки в конечную, расположенную по отношению к начальной выше по направлению ветра.

2. Движение против ветра. В рамках поставленной задачи отдельно рассмотрим возможность перемещения корпуса между заданными точками по прямой.

2.1. Уравнения стационарного движения. Найдем неподвижные точки системы (1.5) в случае $\beta = 0$. Уравнения принимают следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\rho_a \pi^2}{8 \rho_w r_w^4} \left(\frac{R h (u + v)^2}{\omega^2} + \frac{2 k u^2}{\omega^2} \right) = \frac{K_T(j)}{C_d(\lambda)}, \\ \frac{\rho_a \pi^2 R^2 h}{16 \rho_w r_w^5} \frac{(u + v)^2}{\omega^2} = \frac{K_Q(j)}{C_m(\lambda)}. \end{cases} \quad (2.1)$$

Зададим параметры системы следующим образом: $\rho_a = 1 \text{ кг/м}^3$, $\rho_w = 1000 \text{ кг/м}^3$, $r_w = 0.07 \text{ м}$, $R = 0.195 \text{ м}$, $k = 0$, $v = 5 \text{ м/с}$. (Выбор геометрических размеров ротора и гребного винта обусловлен численным подбором с целью возможности осуществления режима движения против ветра.) На рис. 4 изображена плоскость скоростей u , ω , на которой численно построены две кривые, соответствующие решениям уравнений (2.1). Точка пересечения этих кривых отвечает стационарному режиму движения. Стрелками указано качественное поведение фазовых траекторий: на кривой, соответствующей уравнению $\dot{u} = 0$ ($\dot{\omega} = 0$), стрелки вертикальны (горизонтальны). Знаки ускорений $\dot{u}$, $\dot{\omega}$ в каждой из четырех областей, ограниченных построенными кривыми, показывают, что найденный стационарный режим является притягивающим. Соответствующее качественное направление фазовых скоростей показано на рис. 4 пунктирными стрелками.

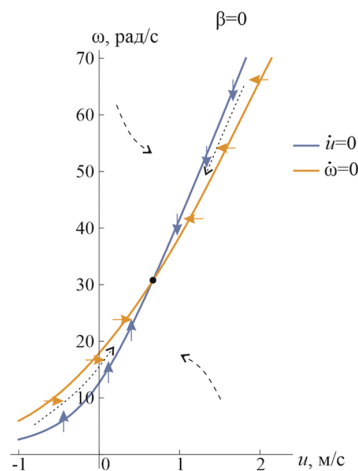


Рис. 4. Кривые, отвечающие стационарным решениям $\dot{u} = 0$, $\dot{\omega} = 0$ на фазовой плоскости

В данном случае параметры системы подобраны так, что точка пересечения кривых лежит в области $u > 0$. Таким образом, режим движения катамарана в направлении, противоположном скорости ветра, может быть реализован.

Отметим, что при старте из состояния покоя ($u = 0, \omega = 0$) катамаран начинает смещаться в “отрицательном” направлении (влево на рис. 1, б). При этом угловая скорость ротора монотонно возрастает, за счет чего увеличивается тяга гребного винта. Как только достигается баланс величин силы тяги T_w и силы лобового сопротивления F_d , ускорение катамарана становится нулевым, после чего скорость u начинает возрастать. Дальнейшее движение приводит к выходу на установившийся режим с положительными скоростями u и ω . Соответствующее изменение u и ω показано на рис. 5.

2.2. Исследование зависимости скорости катамарана от параметров системы. Зафиксируем параметры, указанные в разд. 2.1, и определим оптимальные значения размеров гребного винта r_w и ротора Савониуса R с точки зрения достижения наивысшей скорости движения.

На рис. 6 построены бифуркационные диаграммы, отражающие зависимость приведенной скорости корпуса (u/v) и угловой скорости вала на установившемся режиме от радиуса гребного винта r_w .

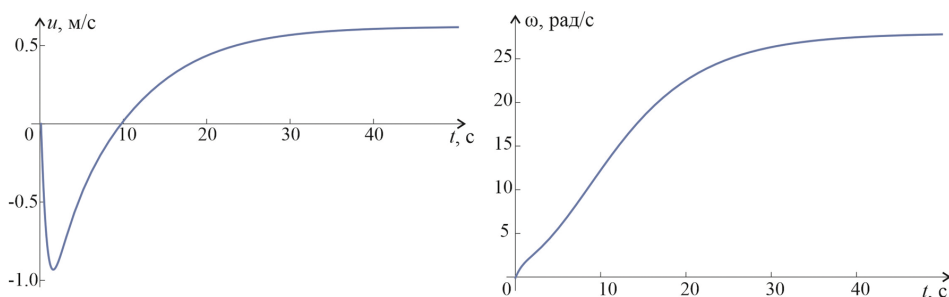


Рис. 5. Зависимость скорости корпуса и угловой скорости ротора Савониуса от времени

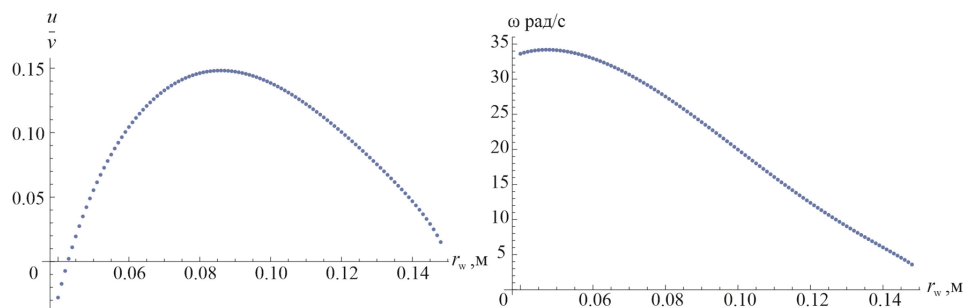


Рис. 6. Зависимости u/v и ω от r_w

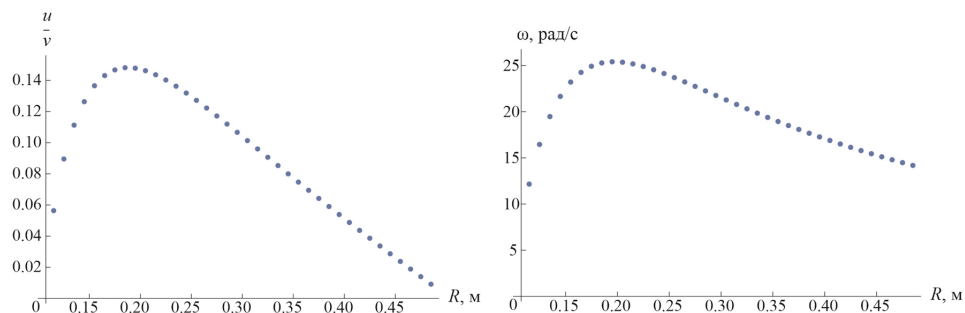


Рис. 7. Зависимости u/v и ω от R

Численно было определено, что движение против ветра осуществимо при $0.04 \text{ м} < r_w < 0.15 \text{ м}$. В указанном диапазоне существует только один режим (устойчивый), на котором катамаран плывет против ветра. Если радиус гребного винта слишком мал, то развиваемая им толкающая сила не превосходит силы встречного лобового сопротивления, поэтому катамаран движется по направлению ветра. При $r_w \approx 0.045 \text{ м}$ результирующая сила, действующая на систему, равна нулю, вследствие чего разгона катамарана не происходит. Увеличение r_w приводит к росту скорости корпуса и угловой скорости вала. Наибольшее значение приведенной скорости корпуса u/v при движении против ветра составляет 0.147 и достигается при $r_w \approx 0.087 \text{ м}$.

На рис. 7 при фиксированном r_w построены бифуркационные диаграммы, отражающие зависимость приведенной скорости корпуса (u/v) и угловой скорости вала от радиуса ротора Савониуса R . При дальнейшем изложении в целях упрощения считаем, что R зафиксировано и равно 0.195 м.

Получившаяся скорость движения против ветра почти в 3 раза ниже, чем при использовании схемы катамарана, в которой приводом выступает горизонтально-осевая турбина пропеллерного типа [8]. Однако для катамарана с ротором Савониуса режим движения против ветра является единственным и притягивающим, т.е. выход на него обеспечен при задании нулевых начальных условий (из состояния покоя). В то же время катамаран с пропеллерной ветротурбиной хотя и способен потенциально развить существенно более высокую скорость, но для этого ему необходим некоторый начальный разгон, так как область притяжения соответствующего режима отделена от нуля. Помимо этого недостатком схемы с пропеллерным ветродвигателем является необходимость поддержания курса движения строго против ветра. Поэтому, исходя из практических соображений, использование схемы катамарана с ротором Савониуса может быть более предпочтительным.

3. Оптимальный угол курса. Рассмотрим задачу о выборе курса движения β , при котором достигается максимальная проекция скорости корпуса на стационарном режиме движения на направление против ветра. Для этого при каждом значении β в диапазоне $\beta \in [0, \pi/2)$ найдем r_w , который обеспечивает наибольшее значение проекции $u \cos \beta / v$ приведенной скорости на направление, противоположное направлению ветра. При оптимальном r_w вычислим значение проекции приведенной скорости на ось Ox . Результаты численного моделирования представлены на рис. 8, а.

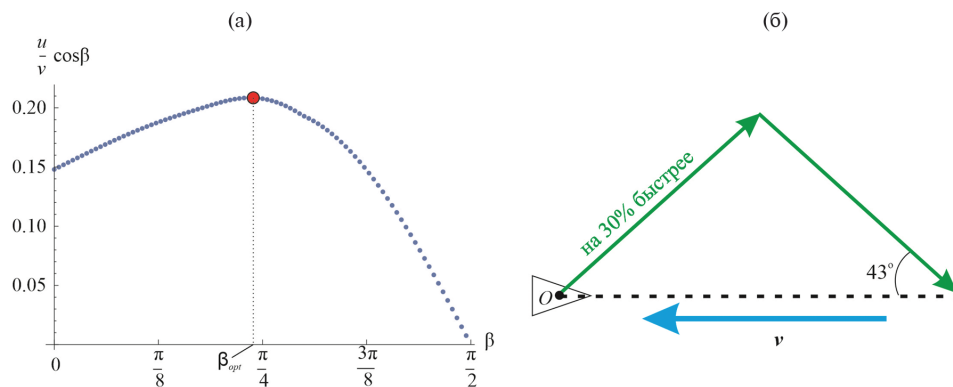


Рис. 8. Зависимость проекции скорости корпуса на ось Ox от курса

Оказывается, прямолинейное движение против ветра не обеспечивает наивысшую скорость перемещения. Оптимальное с точки зрения максимизации проекции скорости корпуса значение составляет $\beta_{opt} \approx 43^\circ$ (выделено на рис. 8, а). Соответствующая проекция скорости на 30% выше, чем при прямолинейном курсе $\beta = 0$. Все дело в том, что при движении вдоль Ox боковая сила, действующая на ротор Савониуса, перпендикулярна скорости корпуса и поэтому не влияет на скорость перемещения. Ситуация меняется при значениях $\beta \neq 0$. Когда корпус движется под углом к ветру, проекция боковой силы на направление ветра отлична от нуля. И хотя отклонение курса увеличивает общий путь, скорость перемещения при этом может быть заметно выше по сравнению с движением против вектора скорости ветра. Итак, для перемещения между заданными точками, расположенными на оси Ox , целесообразно использовать следующую схему изменения угла курса: половину пути двигаться под углом 43°

к направлению ветра, после чего изменить курс и двигаться под симметричным углом в конечную точку (рис. 8, б).

Заключение. Рассмотрена динамика катамарана, приводом которого является ротор Савониуса с гребным винтом, в стационарном горизонтальном потоке ветра. Аэродинамическое воздействие на ротор и гидродинамическое воздействие на гребной винт описано на основе квазистатической модели с привлечением экспериментальных данных. Найден диапазон параметров, при которых возможен режим движения катамарана против ветра за счет энергии ветра. Построены бифуркационные диаграммы, отражающие зависимость скорости на таких режимах от радиуса гребного винта и радиуса ротора. Исследовано поведение катамарана при различном угле курса. Построено оптимальное управление углом курса, при котором за минимальное время происходит перемещение корпуса в заданную точку, расположенную выше по направлению ветра.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Акмайкин Д. А., Ярошук В. В., Русанов М. М. Математическая модель траектории движения яхты против ветра и вероятного его изменения // Наука и техника транспорта. 2013. № 1. С. 14—19.
2. Tradt M. Der Umbau des Motorseglers "Buckau" zum Tttner-Rotorschiff und seine Erprobungen // Werft Reederei Hafen. 1925. B. 6. No. 25. S. 160—167.
3. Magnus G. P. Über die Abweichung der Geschosse, Und: Ueber eine Auffallende Erscheinung bei Rotiren — den Körpern // Annalen der Physik und Chemie. 1853. V. 88. No. 1. P. 1—29. Doi: 10.1002/andp.18531640102.
4. Magnus G. P. Von Peter Pringsheim // Die Naturwissenschaften. 1925. B. 13. Iss. 3. S. 49—52.
5. Прандтль Л. Эффект Магнуса и ветряной корабль // УФН. 1925. Т. 5. № 1. С. 1—27. Doi: 10.3367/UFNr.0005.192501a.0001.
6. De Marco A., Mancini S. Flettner Rotor Concept for Marine Applications: A Systematic Study // Intern. J. Rotating Machinery. 2016. V. 2016. No. 10. P. 1—12. Doi: 10.1155/2016/3458750.
7. Григорьев Б. В., Лысенко Г. П. Характеристики судов с ветродвигателями // Тр. Николаевск., кораблестр. ин-та. 1979. Вып. 155. С. 80—85.
8. Гарбуз М. А. Динамическая модель судового ветродвигателя с трансмиссией // Вестн. МГУ. Сер. 1. Математика, механика. 2022. № 1. С. 68—71.
9. Gaunaa M., Stig O., Mikkelsen R. Theory and Design of Flow Driven Vehicles Using Rotors for Energy Conversion // European Wind Energy Conf. and Exhibition. Marseille. EWEC 2009.
10. Klimina L., Dosaev M., Selyutskiy Yu. Asymptotic Analysis of the Mathematical Model of a Wind-powered Vehicle // Appl. Math. Modelling. 2017 V. 46 P. 691—697. Doi: 10.1016/j.apm.2016.06.022.
11. Garbuz M., Klimina L., Samsonov V. Wind Driven Plantigrade Machine Capable of Moving Against the Flow // Appl. Math. Modelling. 2022. V. 110. P. 17—27.
12. Savonius S. J. Rotor Adapted to be Driven by Wind or Flowing Water. U.S. Patent № 1697574 A, 1929.
13. Darrieus G. J. M. Turbine Having its Rotating Shaft Traverse to the Flow of the Current. U.S. Patent № 1,835,018, 1931.
14. Голуб А. П., Зубков А. Ф., Мастерова А. А., Селюцкий Ю. Д. Динамика колесной тележки, приводимой в движение ротором Савониуса // МАУ. 2021. Т. 22. № 5. С. 254—261.
15. Vanderhye R. A., Augello M., Nicol T., Rees C., Shedd J., Zbytniewski W. Savonius Rotor with Spillover. U.S. Patent № 7766600B1, 2004.
16. Керов В. Г. Судно. Патент RU 2030323 C1, МПК В 63 Н 13/00, 1995.
17. Парус-двигатель // Юный техник. 1972. № 10. С. 84.
18. Войткунский Я. И. Справочник по теории корабля. — Л.: Судостроение, 1986.
19. Bach V. G. Untersuchungen über Savonius-Rotoren und Verwandte Stromungsmaschinen // Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens A. 1931. B. 2. No. 6. S. 218—231.
20. Ишханян М. В., Климина Л. А. Ветроурубина класса "Савониус—Магнус" с коническими лопастями: динамика и управление // Изв. РАН. ТиСУ. 2020. №. 4. С. 160—168.