

УДК 621.593.001.24

**О ВЛИЯНИИ ПОТЕРЬ ДАВЛЕНИЯ В КАНАЛЕ ВОЛОКОННОГО
МЕМБРАННОГО ЭЛЕМЕНТА НА ЕГО РАЗДЕЛИТЕЛЬНЫЕ
ХАРАКТЕРИСТИКИ**

БОРИСЕВИЧ В. Д., ГРИШАЕВ Н. Н., ЛАГУНЦОВ Н. И.,
СУЛАБЕРИДЗЕ Г. А.

Предложена методика расчета мембранного элемента с учетом потерь давления внутри волокон. Расчеты проведены для элемента с перпендикулярным оттоком газа в области низкого давления на примере разделения бинарной смеси $\text{CO}_2\text{—H}_2$.

Анализ тенденций развития мембранной технологии позволяет сделать вывод о том, что мембранные элементы с полыми волокнами благодаря большой удельной рабочей поверхности могут эффективно использоваться для разделения газовых смесей [1, 2]. Однако на разделительные характеристики элементов такого типа существенно влияют потери давления, возникающие при течении газа внутри волокна.

В ряде работ были сделаны попытки учесть эти потери и оценить их влияние на эффективность разделения. В работах [3, 4] рассмотрены потери давления в предположении пуазейлевского течения газа в канале с проницаемыми стенками. В [5, 6] проведен анализ течения сжимаемого газа в полом волокне в приближении малых возмущений с учетом влияния на потери давления оттока газа через стенки и деформации волокна.

В настоящей работе предлагается методика расчета давления и концентраций компонентов в полости высокого давления волоконного мембранного элемента с учетом влияния на течение газа его сжимаемости, оттока через боковую поверхность, изменения коэффициента вязкости и молекулярного веса смеси вдоль канала.

Уравнения, описывающие ламинарное течение газа в канале, в случае $r_s \ll l$ могут быть записаны в приближении теории пограничного слоя [7]:

$$v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\rho r} \frac{\partial}{\partial r} \eta r \frac{\partial v_z}{\partial r}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0; \quad (2)$$

$$\frac{\partial (r\rho v_r)}{r \partial r} + \frac{\partial (\rho v_z)}{\partial z} = 0. \quad (3)$$

В предположении осевой симметрии течения граничные условия для системы (1)–(3) имеют следующий вид:

$$v_z = u(z), \quad \frac{\partial v_z}{\partial r} = 0, \quad v_r = 0 \quad \text{при } r=0; \quad (4)$$

$$v_z = 0, \quad v_r = V_s(z) \quad \text{при } r=r_s. \quad (5)$$

Положительному значению $V_s(z)$ соответствует проникновение газа из внутренней полости волокна (область высокого давления) в область низкого давления. Краевой задаче (1)–(5) удовлетворяет параболическое распределение скорости v_z [7]:

$$v_z = u(z) [1 - (r/r_s)^2]. \quad (6)$$

Интегрируя (1) поперек волокна с учетом (3) и (6), получим уравнение для определения функции $u(z)$:

$$\frac{u}{\rho} \frac{d(\rho u)}{dz} + u \frac{du}{dz} = -\frac{3}{\rho} \frac{dp}{dz} - \frac{12\eta}{\rho} \frac{u}{r_s^2}. \quad (7)$$

Определим величину потока газа в продольном направлении

$$q = 2\pi \int_0^{r_s} r \rho v_z dr.$$

Тогда интегрирование (3) поперек волокна дает

$$\frac{dq}{dz} = -2\pi J, \quad (8)$$

где $J = r_s \rho V_s(z)$.

Используя выражения для потоков q и J , преобразуем (7) следующим образом:

$$\frac{dp}{dz} = -\frac{8\eta RT}{\pi r_s^4} \frac{q}{\mu p} \left(1 - \frac{2J}{3\eta} - \frac{q}{6\pi\eta} \frac{d\mu}{\mu dz} \right) / \left(1 - \frac{4RT}{3(\pi r_s^2)^2} \frac{q^2}{\mu p^2} \right). \quad (9)$$

Для N -компонентной смеси газов [8] $\mu = \sum_{i=1}^N x_i \mu_i$, а $\eta = \sum_{i=1}^N \left[x_i^2 / \left(x_i^2 / \eta_i + \right. \right.$
 $\left. \left. + 1,385 \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N x_k x_k RT / p \mu_i D_{ik} \right) \right]$, где D_{ik} — коэффициент взаимной диффузии

компонентов i и k .

Решение уравнений (8) и (9) позволяет определить потери давления и поток газа внутри полых волокон. В уравнении (9) член $2J/3\eta$ характеризует влияние поперечного потока газа, член $q(d\mu/dz)/(6\pi\eta\mu)$ — влияние распределения концентраций, а комбинация $4RTq^2/[3(\pi r_s^2)^2\mu p^2]$ — влияние сжимаемости газа на потери давления в канале.

Из (9) следует, что влияние инерционных членов в уравнении (1) существенно, если $4RTq^2/[3(\pi r_s^2)^2\mu p^2] = \gamma(u/a)^2/3 \sim 1$.

Ввиду того что уравнения описывают ламинарное течение газа, на величину продольного потока должно быть наложено ограничение

$$q < \frac{\pi}{2} \text{Re}_{кр} \eta r_s, \quad \text{где } \text{Re}_{кр} \sim 10^3.$$

Для замыкания системы уравнений (8), (9) к ним необходимо присоединить уравнения для определения состава смеси. В общем случае для N -компонентной газовой смеси при пренебрежении обратной диффузией ($\text{Pe} \gg 1$) эти уравнения имеют вид [9]

$$\frac{d(x_i L)}{dz} = -2\pi J_i; \quad (10)$$

$$J_i = Q_i (p x_i - p' y_i) / \ln(r_i / r_s);$$

$$J = \sum_{i=1}^N \mu_i J_i, \quad i = 1, 2, \dots, N;$$

$$q = \mu L.$$

Проведем анализ течения бинарной газовой смеси в мембранном элементе из волокна марки «силар 10:100» в предположении идеального вытеснения ($p' = \text{const}$).

В этом случае между концентрациями легкопроникающего компонента x и y существует связь [3]

$$y/(1-y) = \frac{Q_1}{Q_2} \left(x - \frac{p'}{p} y \right) / \left[1 - x - \frac{p'}{p} (1-y) \right]. \quad (11)$$

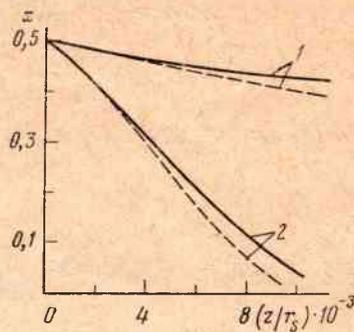
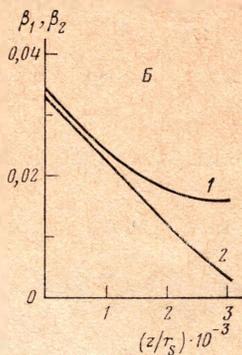
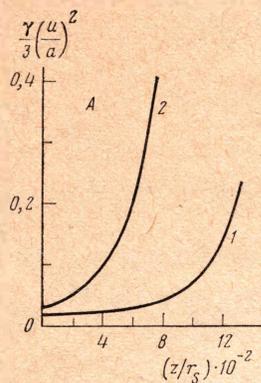


Рис. 1

Рис. 2

Рис. 1. А — зависимость $\gamma(u/a)^2/3$ от безразмерной продольной координаты ($\delta = 2 \cdot 10^{-7}$ м, $r_s = 2 \cdot 10^{-5}$ м): 1 — $Re_0 = 600$, 2 — 10^3 ; Б — поправки к пуазейлевскому течению ($\delta = 10^{-7}$ м, $r_s = 5 \cdot 10^{-5}$ м, $Re_0 = 10^3$): 1 — зависимость $\beta_1 = (2J/3\eta)$ от безразмерной длины; 2 — $\beta_2 = q(d\mu/dz)/6\eta\mu$

Рис. 2. Зависимости концентрации легкопроникающего компонента x от безразмерной продольной координаты ($r_s = 8 \cdot 10^{-5}$ м, $Re_0 = 700$): 1 — $\delta = 4 \cdot 10^{-6}$ м; 2 — $8 \cdot 10^{-7}$. Пунктирные кривые — расчет при постоянном давлении

Исследуем решение системы уравнений (8)–(11) при следующих граничных условиях:

$$x = x_0, \quad p = p_0, \quad q = q_0 \quad \text{при } z = 0.$$

Полученную систему решали методом Рунге — Кутты — Гилла четвертого порядка [10]. Расчеты проводили на примере разделения бинарной газовой смеси ($CO_2 + H_2$) при следующих значениях параметров: $Q_1 = 570,9 \cdot 10^{-15}$ м·моль/($m^2 \cdot c \cdot Па$); $Q_2 = 123,3 \cdot 10^{-15}$ м·моль/($m^2 \cdot c \cdot Па$); $p_0 = 6 \cdot 10^5$ Па; $p' = 10^5$ Па; $x_0 = 0,5$.

На рис. 1 приведены зависимости безразмерных поправок к пуазейлевскому течению, обусловленных сжимаемостью, оттоком газа и распределением концентрации от безразмерной продольной координаты. Из (9) и рис. 1, а видно, что влияние сжимаемости газа на потери давления может быть значительным, особенно для волокон с «малым» внутренним радиусом; при этом предположение, взятое за основу в работе [5], не выполняется. Что касается поправок, связанных с оттоком и распределением концентрации (рис. 1, б), то они возрастают при увеличении перепада давления на мембране и уменьшении ее толщины. Однако суммарное воздействие перечисленных эффектов может быть незначительным из-за взаимной компенсации.

Распределение концентрации легкопроникающего компонента внутри волокна представлено на рис. 2. Для сравнения на этом же рисунке приведены результаты упрощенного расчета при постоянном давлении. Волокна с меньшей толщиной стенки более эффективны для разделения газовых смесей, однако потери давления в них при одинаковой длине волокна более существенно влияют на величину концентрации легкопроникающего компонента, чем в случае волокон с большей толщиной стенки. Сплошные кривые лежат выше пунктирных из-за уменьшения перепада давления на мембране, что приводит к увеличению концентрации легкопроникающего компонента внутри волокна, т. е. к снижению разделительной способности элемента.

На рис. 3 показаны зависимости концентрации легкопроникающего компонента от безразмерной продольной координаты при различных значениях числа Рейнольдса, рассчитанного по параметрам на входе в волокно. Отметим, что величина обеднения концентрации легкопроникающего компонента с ростом Re_0 уменьшается. Это объясняется уменьшением количества легкопроникающего компонента как вследствие падения относительной доли газовой смеси, проникающей через мембрану, так и

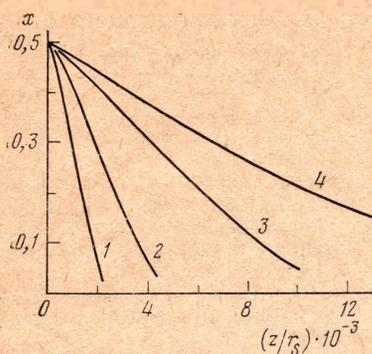


Рис. 3

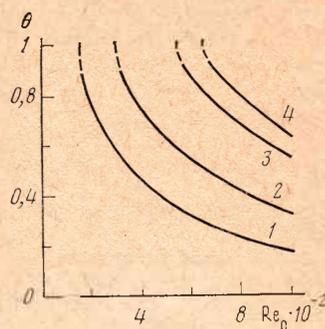


Рис. 4

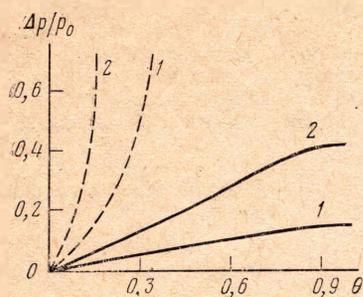


Рис. 5

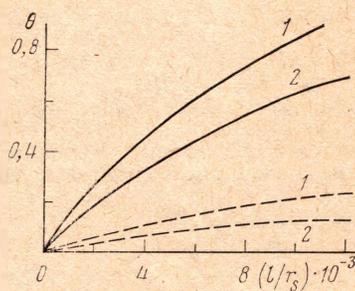


Рис. 6

Рис. 3. Зависимость концентрации легкопроникающего компонента x внутри волокна от безразмерной продольной координаты ($r_s=8 \cdot 10^{-5}$ м, $\delta=8 \cdot 10^{-7}$ м); 1 — $Re_0=150$; 2 — 330; 3 — 700; 4 — 10^3

Рис. 4. Зависимость коэффициента деления потока θ от Re_0 для волокон различной длины ($r_s=8 \cdot 10^{-5}$ м, $\delta=8 \cdot 10^{-7}$ м): 1 — $l/r_s=2 \cdot 10^3$; 2 — $4 \cdot 10^3$; 3 — $8 \cdot 10^3$; 4 — 10^4

Рис. 5. Зависимость относительного перепада давления от коэффициента деления потока ($r_s=8 \cdot 10^{-5}$ м): 1 — $Re_0=700$; 2 — 10^3 . Сплошные кривые — $\delta=8 \cdot 10^{-7}$ м; пунктирные — $4 \cdot 10^{-6}$

Рис. 6. Зависимость коэффициента деления потока от безразмерной длины волокна ($r_s=8 \cdot 10^{-5}$ м): 1 — $Re_0=700$; 2 — 10^3 . Сплошные кривые — $\delta=8 \cdot 10^{-7}$ м; пунктирные — $4 \cdot 10^{-6}$

уменьшением перепада давления на мембране в конце канала. Этими же причинами объясняется тот факт, что одинаковые θ для больших Re_0 реализуются при большей длине волокна (рис. 4).

Взаимосвязь между перепадом давления на волокне $(p_0-p)/p_0=\Delta p/p_0$ и коэффициентом деления потока в элементе приведена на рис. 5. Как следует из этого рисунка, возможность достижения тех или иных значений θ определяется величинами Re_0 и δ . Так, при $Re_0=10^3$, $\delta=4 \cdot 10^{-6}$ м давление на мембране резко уменьшается, причем $(\Delta p/p_0) \rightarrow 1$ при $\theta \rightarrow 0,15$. Для более тонкой мембраны ($\delta=8 \cdot 10^{-7}$ м) потери давления в волокне незначительны и могут быть реализованы все значения θ .

Зависимости коэффициента деления потока θ от безразмерной длины элемента при различных значениях Re_0 и δ приведены на рис. 6. При «больших» значениях этих параметров элемент работает неэффективно (ср. соответствующие кривые на рис. 3 и 5), поскольку поток газа через мембрану в конце канала резко уменьшается из-за уменьшения перепада давления на мембране. При этом максимальное значение коэффициента деления потока $\theta_{\max} < 1$. В дальнейшем θ не изменяется с увеличением длины элемента, что соответствует прекращению перетока газа через поверхность волокна, так как перепад давления на мембране исчезает.

Таким образом, как показал проведенный анализ, процесс разделения газовой смеси в мембранном элементе существенно зависит от режима течения газа и геометрических параметров волокна. Следует отметить, что

влияние деформации волокна на потери давления и процесс разделения может быть рассчитано в рамках данной теории по методике работы [5].

Авторы благодарят В. М. Жданова за полезное обсуждение работы.

ОБОЗНАЧЕНИЯ

$a = \sqrt{\gamma RT/\mu}$ — скорость звука, м/с ($\gamma = c_p/c_v$);
 c_p, c_v — теплоемкости газа при постоянных давлении и объеме, ккал/(кг·град);
 D — коэффициент диффузии, м²/с;
 J — массовый поток газа через поверхность мембраны единичной длины, кг/(м·с);
 L — расход газа через поперечное сечение канала, моль/с;
 l — длина волокна, м;
 p, p' — давление газа внутри и вне волокна, Па;
 Q_i — коэффициент проницаемости i -го компонента, моль/(м·с·Па);
 q — массовый расход газа через поперечное сечение канала, кг/с;
 R — универсальная газовая постоянная;
 r_1, r_s — наружный и внутренний радиусы волокна, м;
 T — температура газа, К;

u, V_s — скорости газа на оси и на стенке волокна, м/с;
 v_r, v_z — радиальная и осевая компоненты скорости газа, м/с;
 x, y — мольные доли легкопроницающего компонента внутри волокна и в полости низкого давления;
 z, r — осевая и радиальная координаты (в цилиндрической системе координат);
 $\delta = (r_1 - r_s)$ — толщина стенки волокна, м;
 $\theta = 1 - L(l)/L_0$ — коэффициент деления потока;
 μ — молекулярный вес смеси, кг/кмоль;
 η — вязкость, кг/(м·с);
 ρ — плотность газа, кг/м³;
 $Re = ul/D$ — число Пекле;
 $Re = 2q/(\pi\eta r_s)$ — число Рейнольдса.

ИНДЕКСЫ

S — внутренняя поверхность волокна;
 0 — входное сечение.

Литература

1. Membrane Separation Processes/Ed. Meares P. Amsterdam e. a.: Elsevier Sci. Publ. Co., 1976. 600 p.
2. Бакунов В. А., Будницкий Г. А., Житомирский М. И. и др. Разделительные аппараты с полыми волокнами. В сб.: II Всес. конф. по мембранным методам разделения смесей. Владимир, 1977, с. 225.
3. Hwang S. T., Kammermeyer K. Membranes in Separation. New York e. a.: John Wiley and Sons, 1975. 560 p.
4. Antonson C. R. Analysis of Gas Separation by Permeation in Hollow Fibers.— Ind. Engng Chem. Process Des. Dev., 1977, v. 16, No. 4, p. 463.
5. Thorman J. M., Hwang S. T. Compressible Flow in Permeable Capillaries under Deformation.— Chem. Engng Sci., 1978, v. 33, No. 1, p. 15.
6. Thorman J. M., Hannong R., Hwang S. T. Gas Separation by Diffusion Through Silicone Rubber Capillaries.— Chem. Engng Sci., 1975, v. 30, p. 751.
7. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1973. 847 с.
8. Гиршфельдер Дж., Кергис Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. М.: Изд-во иностр. лит., 1961. 929 с.
9. Blaisdell C. T., Kammermeyer K. Counter-current and Co-current Gas Separation.— Chem. Engng Sci., 1973, v. 28, No. 4, p. 1249.
10. Гутер Р. С., Резниковский П. Т. Программирование и вычислительная математика. М.: Наука, 1971. 264 с.

Поступила в редакцию
 29.III.1982