УДК 551.321.84

Глобальные гляциологические модели: новый этап в развитии методов прогнозирования эволюции ледников.
Часть 1. Общий подход и архитектура моделей

© 2021 г. Т.Н. Постникова[1], О.О. Рыбак[2–4]

[1]Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия;
[2]Институт водных проблем РАН, Москва, Россия; [3]Федеральный Исследовательский Центр Субтропический научный центр РАН, Сочи, Россия;
[4]Филиал Института природно-технических систем, Сочи, Россия
tasinidze@gmail.com

Global glacier modeling: a new stage in prediction of the future of mountain glaciation.
Part 1. General approach and model architecture

T.N. Postnikova[1], O.O. Rybak[2–4]

[1]Lomonosov Moscow State University, Moscow, Россия; [2]Water Problems Institute of RAS, Moscow, Россия; [3]Federal Research Center Subtropical Scientific Center of RAS, Сочи, Россия;
[4]Branch of Institute of Natural and Technical Systems, Сочи, Россия
tasinidze@gmail.com

Keywords: mountain glaciers, glacier modeling, numerical experiments, methods of prediction, climate change.

Подправить англ. в соответствии с немного изменённым русским переводом.

Summary

For several decades, mathematical models of mountain glaciers and ice sheets have been used to study the dynamics of the cryosphere. During the last years, glaciological modeling entered a new stage, at which it became possible to reconstruct processes in valley glacier systems on a regional and even global scale. The review discusses the prerequisites for the emergence of global glaciological models, key assumptions and methods, general approaches and differences between individual models. Global glacier modelling is a rapidly developing field since it became possible only since the Randolph Glacier Inventory provided the data for all glaciers in the world in 2012. Ice thickness inversion procedures which are discussed in this review allowed calculation of initial ice volume and geometry. Methods of various complexity were used to downscale the global climate data and calculate the surface mass balance. The glacier dynamics block required adaptation of simplified schemes to represent the transfer of ice downstream. By now only two global glacier models include the calculation of ice dynamics based on the Glen

flow law and the diffusion equation: OGGM and GloGEMflow. Modeling results are subject to uncertainties due to input errors, climate projections, model approximations, and calibration procedures. This new tool opens up opportunities for a number of new directions in the study of the mechanisms that control the evolution of glaciation, depending on the implementation of a particular climatic scenario. Global glacier models allow building glaciological projections, calculating potential changes in the glacial runoff regime, as well as assessing risks and predicting the occurrence of hazardous phenomena caused by changes in glaciation parameters, such as mudflows, landslides, and glacial lake outbursts.

Перевод

Математические модели горных ледников и ледниковых щитов в течение нескольких десятилетий используются для исследования динамики криосферы. В последние годы в гляциологическом моделировании наступил новый этап, когда появилась возможность реконструировать процессы в горно-ледниковых системах как региональном, так и в глобальном масштабах. В предлагаемом обзоре рассмотрены предпосылки возникновения этой возможности для глобальных гляциологических моделей, ключевые допущения и методы, общие подходы и различия между отдельными моделями. Глобальное моделирование ледников – быстро развивающаяся область. Это стало возможным только после появления в Инвентаризации ледников Рэндольфа данных по всем ледникам мира в 2012 г. Процедуры инверсии толщины льда, которые обсуждаются в данном обзоре, позволили рассчитать начальный объем и геометрию ледников. Для регионализации глобальных климатических данных и расчета баланса массы ледников использовались методы различной сложности. Моделирование динамики ледников потребовало адаптации упрощенных схем для представления течения льда. К настоящему времени только две глобальные модели ледников содержат расчет динамики льда на основе закона Глена и уравнения диффузии: OGGM и GloGEMflow. Результаты моделирования подвержены неопределенностям из-за ошибок ввода, климатических прогнозов, приближений модели и процедур калибровки. Новый этап в развитии методов открывает возможности для использования ряда современных направлений в исследовании механизмов, управляющих эволюцией оледенения, в зависимости от реализации того или иного климатического сценария. Глобальные гляциологические модели позволяют строить гляциологические проекции, рассчитывать потенциальные изменения в режиме ледникового стока, а также оценивать риски и прогнозировать возникновение опасных процессов, обусловленных изменениями параметров оледенения. Это – сели, оползни, прорывы ледниковых озер.

Ключевые слова: горные ледники, гляциологическое моделирование, численные эксперименты, методы прогнозирования, изменения климата.

В обзоре рассмотрены предпосылки возникновения глобальных гляциологических моделей, ключевые допущения и методы, общие подходы и различия между отдельными моделями. Глобальные модели ледников позволяют строить гляциологические проекции, рассчитывать потенциальные изменения в режиме ледникового стока, а также оценивать риски и прогнозировать возникновение опасных процессов (сели, оползни, прорывы ледниковых озер), обусловленных изменениями параметров оледенения.

Введение

Изменения в гляциосфере сделали актуальной разработку эффективных инструментов прогнозирования реакции ледников на изменение климата. Это – так называемые *глобальные гляциологические модели* (ГГМ). Исторически сложилось так, что раньше всё внимание было сосредоточено на моделировании отдельных ледников, главным образом, из-за недостатка исходных данных. Одновременно постепенно усложнялись сами математические модели, что приводило к росту вычислительных затрат. Ограничения в доступности данных наблюдений и сложность моделей препятствовали масштабным (в пространственном смысле) прогностическим исследованиям. Практическая необходимость в одновременном широком пространственном охвате при максимально возможном сохранении качества гляциологических прогнозов, фактически, привела к смене парадигмы модельных исследований. Одновременно с эволюцией условно традиционных моделей возник новый класс глобальных гляциологических моделей. Этот, в каком-то смысле, революционный шаг стал возможен в результате накопления достаточного объёма доступных данных, получаемых, прежде всего, дистанционными методами, а также появления эффективных и одновременно относительно простых расчётных методов. Речь идёт об автоматизации оконтуривания ледников [1], идентификации осевых линий ледников [2], инверсии топографии ложа [3] и появлении наборов глобальных топографических данных [4]. Благодаря этим разработкам и существенным упрощениям в описании динамики ледников, использование ГГМ позволило описывать эволюцию ледников как на региональном, так и на глобальном уровнях. Их появление открыло, по сути, новую страницу в прогнозировании состояния оледенения и, что важно с практической точки зрения, ледникового стока [5]. Для более точной оценки будущего вклада ледников в

подъём глобального уровня моря и количественной оценки неопределённостей в рамках проекта по взаимному сравнению моделей ледников (GlacierMIP) была поставлена задача разработать серию скоординированных экспериментов. Первые две фазы GlacierMIP были сосредоточены на эволюции ледников на протяжении XXI в. [6, 7]. На третьем этапе GlacierMIPIII планируется новый набор экспериментов для исследования достижения равновесного состояния ледниками в стабильных климатических условиях [8].

В первой части статьи подробно разобраны общие принципы, на которых строятся ГГМ, описываются и критически оцениваются методы и подходы к прогнозированию параметров оледенения. Во второй части рассмотрены вопросы постановки прогностических экспериментов, методы калибровки и валидации моделей, а также наиболее значимые результаты их применения.

Общие принципы. Назначение и преимущества глобальных моделей

В большинстве ГГМ каждый ледник рассматривается отдельно на основании данных инвентаризации Randolph Glacier Inventory (RGI) [9]. При наличии контуров ледника, топографических и климатических данных с разумным разрешением и точностью такая модель должна быть способна: 1) оценивать общий объём ледника и вычислять топографию ложа; 2) рассчитывать осреднённый за некоторый промежуток времени баланс массы на поверхности ледника и на его фронте, если происходит фронтальная абляция; 3) моделировать динамическую эволюцию ледника при различном климатическом форсинге; 4) давать оценку неопределённостей. Для каждого из этих шагов возможно несколько вариантов использования входных данных, числовых методов или применяемых параметризаций. Любой выбор обусловлен субъективными соображениями о доступности данных, предполагаемой точностью граничных условий (таких, как топография) и техническими соображениями (доступные вычислительные ресурсы). В настоящей статье мы представляем способы реализации этих шагов с помощью разных ГГМ, однако общий принцип любой ГГМ на настоящий момент – сведение сложных трёхмерных моделей к фактически одномерным. Это обусловлено тем, что большинство (по объёму) горных ледников – горно-долинные и их эволюцию можно упрощённо рассматривать вдоль их осевых линий. Исключение составляют ледниковые купола (например, Austfonna на Шпицбергене, Vatnajökull в Исландии) и сложные ледниковые комплексы (например, ледники Эльбруса на Кавказе).

Преимущество ГГМ состоит в том, что они позволяют оценить изменение объёма оледенения горных стран, бассейнов рек или горного оледенения всего мира. Их

появление позволило оценивать изменения стока рек, которые могут питаться многими ледниками сразу, а также проводить численные эксперименты, связанные с чувствительностью ледников к климату и закономерностями времени реакции.

Архитектура глобальных гляциологических моделей

Блочная структура ГГМ показана на рис. 1. Условно блоки модели можно объединить в два модуля. Первая группа блоков (*модуль 1* – «Инициализация») предназначена для формирования стационарной геометрии ледника, соответствующей заданным значениям поверхностного баланса массы. Полученные в результате расчётов равновесные конфигурации используют на этапе прогнозирования (*модуль 2* – «Прогностические расчёты»). Моделирование реакции геометрических характеристик ледника на современные и прогнозируемые климатические условия требует совмещения двух блоков: *масс-балансового*, в котором изменения метеорологических условий трансформируются в изменения удельного баланса массы для каждого высотного пояса ледника, и *динамического* [10], предназначенного для расчёта вертикального перераспределения массы и обновления геометрии ледника. В модуле 1 современные климатические условия преобразуются в современный («исторический») баланс массы, в модуле 2 – климатические проекции преобразуются в проекции баланса массы. Результат работы масс-балансового блока служит форсингом для динамического блока, который обеспечивает изменение геометрии ледника с течением времени. В модуле 1 длина и толщина ледников эволюционируют до того момента, пока расчётные характеристики в стационарном состоянии не будут отклоняться от наблюдённых на заданную малую величину.

РИС. 1

Рассмотрим отдельные элементы архитектуры ГГМ на примере моделей последних нескольких лет (OGGM, GloGEM, GloGEMflow, PyGEM, JULES, HYOGA2; их подробная характеристика дана во второй части статьи). Все глобальные гляциологические модели перечислены в таблице с краткой характеристикой масс-балансового и динамического блоков.

1. ***Масс-балансовый блок***. Для расчёта баланса массы ледника используют методы, различающиеся, главным образом, деталями параметризации ключевых процессов:

а) *индексно-температурный метод* [11–13]: расчёт баланса массы на основе эмпирических соотношений между температурой воздуха и скоростью таяния [14–20];

б) *статистический метод и метод машинного обучения*: для прогноза используются статистические взаимосвязи, установленные между рядами баланса массы и рядами предикторов – топографических и климатических [21, 22];

в) *энергобалансовый метод*: учитывает потоки энергии между ледником и атмосферой [23–25];

г) *комбинированные методы* сочетают в разной степени три (а–в) перечисленных метода (например, расширенная индексно-температурная модель, включающая в себя коротковолновую радиационную составляющую [26–29], или упрощённая энергобалансовая модель с параметризованными длинноволновыми и турбулентными потоками энергии [30].

2. ***Динамический блок.***

а) *параметризующие модели* (ПМ). Последние явно не разрешают какие-либо физические процессы, но неявно принимают их во внимание с помощью параметризации, основанной на статистических и/или эмпирических соотношениях, для изменения геометрии ледника. Этот тип модели варьирует от очень простых [31] до более сложных статистических, например калиброванная модель границы питания [32–34], параметризация отступания ледника, специфичная для ледников определённого размера [17] или масштабирование длины и площади [15, 16];

б) *модели, частично включающие в себя динамические процессы*, – ограниченные динамические модели (ОДМ) – GloGEMflow [19] и OGGM [18]. В них аппроксимируется ряд физических процессов, управляющих течением льда, используется аппроксимация мелкого льда (shallow ice approximation) [35] (см. Приложение 2) и рассчитывается толщина льда на основе решения уравнения неразрывности вдоль осевой линии;

в) модели, не включающие динамический блок [36].

В рамках аппроксимации мелкого льда скорость течения льда зависит только от напряжения сдвига параллельно плоскости ложа, что при малом пространственном разрешении относится к сильному допущению, позволяющему, однако, значительно сократить время вычислений. Принципиальная разница состоит в том, что в OGGM вычисления ведут вдоль осевых линий ледников, к которым приводятся все необходимые характеристики, а в GloGEMflow рассматриваются характеристики, осреднённые по высотным поясам (после выпуска версии 1.4 в 2021 г. в OGGM появилась опция расчёта осевых линий относительно высотных поясов [37]). Для простых долинных ледников различия в подходах не имеют большого значения в отличие от ледников с дендритовой структурой и набором разветвляющихся осевых линий. Однако в первоначальной версии

OGGM это вызывало определённые трудности при «сращивании» ветвей ледника (этот эффект можно видеть, например, при использовании модели OGGM к леднику Джанкуат, имеющему четыре осевые линии [38]) и увеличивало время расчётов.

Неопределённости при таком подходе также остаются большими [7]. Кроме того, сама процедура определения положений осевых линий, описанная в работе [2], зависит от выбора ряда геометрических параметров. Появление в OGGM возможности выбора расчётов вдоль осевых линий или относительно высотных поясов, как в GloGEMflow, позволяет использовать тот или иной подход в зависимости от типа эксперимента или типа ледников. Например, в случае крупномасштабных экспериментов, когда важна устойчивость к ошибкам во входных данных, а точное воспроизведение геометрии ледника не требуется, лучше применять метод расчёта относительно высотных поясов. Метод расчёта вдоль системы осевых линий более чувствителен к ошибкам в цифровой модели рельефа (ЦМР) и очертаниям ледника, поэтому использовать его для ледниковых куполов, которые распространены в высоких широтах, нежелательно [18].

Практическое применение рассмотренных здесь методов зависит от особенностей используемых в расчётах исходных данных. Их пространственное и временное разрешение определяет качество результатов и ошибки вычислений [39]. Параметризующие, а также эмпирические и статистические модели баланса массы требуют эталонного или обучающего набора данных для калибровки взаимосвязей, которые затем можно использовать для прогнозов, предполагая, что взаимосвязи постоянны во времени, что, вообще говоря, неочевидное допущение. ОДМ и энергобалансовые модели имеют преимущество в симуляции физических процессов, но им требуются большие наборы данных с более высоким пространственным и временным разрешением, что соответственно приводит к более высоким вычислительным затратам [39].

Исходные данные: геометрия горных ледников

В качестве входных данных для ГГМ в большинстве случаев используется база данных Randolph Glacier Inventory (RGI) [1, 9]. В RGI содержатся данные об объёме, толщине и площади льда, угле наклона ледника в высотных поясах. Часть этих данных получена дистанционными методами, однако толщина льда – расчётная величина. Прямыми измерениями толщины льда охвачена ничтожная доля ледников мира. Так, база данных толщины ледников GlaThiDa, объединяющая измерения толщины ледников за пределами двух ледниковых щитов, в настоящее время содержит порядка тысячи из более

чем 200 тыс. ледников мира [40]. Поэтому для получения входных данных о толщине ледников в глобальном масштабе необходим физический или статистический подход. Обзор методов для инверсии толщины льда приведён в статье [41], практическое применение к ледникам Тянь-Шаня – в работе [42]. Один из самых распространённых подходов основан на законе сохранения массы [43, 44] (см. Приложение 1). Он же встроен в модель OGGM для расчёта толщины каждого ледника RGI вдоль осевых линий (рис. 2, б).

Рис. 2

Можно выделить три основных источника неопределённостей при оценке толщины льда с помощью инверсии: а) параметризации и допущения, используемые в этих моделях (например, параметр ползучести и приближение мелкого льда); входные данные (ЦМР); некорректная природа задачи [45]. Дело в том, что при инверсии толщины/объёма ледника граничные условия на поверхности переопределены, а у ложа недоопределены, что объясняет хорошо известную причину появления неустойчивых решений [46]. Отметим, что усовершенствование моделей или создание новых эту проблему не решит [45]. Известно, что задача относится к некорректной, если решение: не единственно; не устойчиво (не является непрерывно зависимым от граничных данных); не существует [47].

Во-первых, интуитивно понятно, что два ледника с одинаковой поверхностной топографией могут иметь разную форму ложа, так как течение льда «усредняет» неровности ложа, и таким образом решение не может быть единственным. Тем не менее, существуют методы регуляризации инверсий, при которых делаются допущения, ограничивающие решение, и задача становится корректной [47]. Во-вторых, случайные ошибки для разных ледников будут разными, и по закону больших чисел при суммировании смоделированных объёмов многих ледников можно получить хорошую оценку общего объёма льда. Таким образом, хотя оценка, полученная из некорректно поставленной задачи, для отдельного ледника может давать большую ошибку, средние или суммарные значения для объёма большого числа ледников, например горного оледенения региона в целом, можно считать удовлетворительными [45]. Ошибка, возникающая из-за неустойчивости решения, растёт экспоненциально с размером ледника и может превзойти все остальные источники неопределённости. Необходимо её учитывать, особенно когда результаты используют для задач, которые могут быть чувствительны к мелкомасштабной топографии [45].

Проект ITMIX (Ice Thickness Models Intercomparison eXperiment) показал, что отдельные модели могут иметь большую ошибку [41]. Именно поэтому была создана модель [48], объединяющая результаты расчётов пяти разных моделей [3, 18, 49, 50, 51]. Из них только модель HF (Huss, Farinotti) [3] охватывала все ледники мира (из RGI v.2.0) до проведения этого эксперимента. Результаты расчётов на пяти моделях сравнивали с измеренной толщиной ледников, и при помощи кросс-валидации каждой из них приписывался вес, учитывающийся при расчёте финальной толщины ледников RGI. В работе [48] с помощью модели GloGEM [17] показано, что оценка современного объёма льда сильно влияет на прогнозы изменения оледенения и стока. Так, ледники Высокогорной Азии (регионы 13, 14, 15 RGI) при начальном объёме льда по оценкам исследования [3] сокращаются вдвое к концу 2070-х годов, а при меньшем начальном объёме льда по оценкам работы [48] – к концу 2060-х годов.

Для моделирования толщины ледников используется та или иная цифровая модель рельефа. С целью оценки объёма ледников в глобальном масштабе в области между 60° с.ш. и 60° ю.ш. в работе [52] используется ЦМР версии 4 Shuttle Radar Topography Mission (SRTM) с пространственным разрешением около 90 м [53]; к югу от 60° – Advanced Space-borne Thermal Emission and Reflection Radiometer (ASTER) Global DEM версии 2 (разрешение около 30 м) [54] или более точные данные Radarsat Antarctic Mapping Project (RAMP) (разрешение 25 м) [55]; к северу от 60° – ASTER DEM, Arctic DEM [56] или DEM3 [57]. Неопределённость высот в обоих ЦМР оценивается в 10–20 м для горных районов [53].

Масс-балансовый блок

Как отмечалось, модели баланса массы делят на две категории: 1) модели энергетического баланса, в которых таяние определяется количественно как остаток в уравнении теплового баланса; 2) индексно-температурные модели, предполагающие эмпирическую связь между температурой воздуха и скоростью таяния [13]. В глобальных гляциологических моделях, как правило, абляция рассчитывается с использованием индексно-температурных моделей [6, 15–20, 33, 58, 59], в которых таяние рассчитывается исходя из суммы дней с положительной температурой воздуха (PDD – positive degree-day – дни с положительной температурой воздуха), главным образом из-за их простоты. Энергия, доступная для таяния в течение некоторого периода времени, приближается суммой PDD, умноженной на константу [60]. Этот коэффициент (PDDF – positive degree-day factor – коэффициент в схеме градусо-дней PDD) варьирует от ледника к леднику,

поскольку должен неявно учитывать все факторы, которые вызывают изменения в радиационном балансе (особенно альбедо и облачность). Поэтому в глобальных гляциологических моделях коэффициент PDDF калибруется в соответствии с имеющимися данными баланса массы ледников [16, 17, 20]. Методы калибровки масс-балансового блока подробно рассмотрены во второй части данной статьи. Для снега и льда используют разные коэффициенты PDDF, которые должны учитывать разницу в поверхностном альбедо. Для уменьшения количества параметров модели часто предполагают, что PDDF для снега, льда и фирна связаны друг с другом [20]. Например, в PyGEM [20] для ледников Высокогорной Азии отношение PDDF для снега к PDDF для льда принимается за 0,7, а в GloGEMflow для Альп – 0,5 [19]. PDDF для фирна часто принимается как среднее значение коэффициентов для снега и льда [17, 20].

Расчёт энергии, доступной для таяния, с помощью метода энергетического баланса физически более обоснован. При расчёте баланса массы с использованием энергобалансовой модели не завышается чувствительность к изменению температуры, учитывается влияние изменения скорости ветра, облачности, радиации на таяние. С этой точки зрения, энергобалансовые модели более объективны, особенно если это касается прогностических расчётов. Однако именно из-за большей сложности и в связи с тем, что энергобалансовые модели требуют больше исходных данных, до настоящего времени они редко применялись в ГГМ.

На модели GloGEM выполнено интересное сравнение индексно-температурного и упрощённого энергобалансового методов. В одном из экспериментов в масс-балансовом блоке модели была использована простая схема расчёта энергетического баланса [17], в которой турбулентные потоки тепла и длинноволновая радиация были заменены параметрами, откалиброванными, как и в экспериментах с использованием индексно-температурной схемы (калибровка модели GloGEM описана во второй части обзора). В результате расчётные потери льда получались значительно меньше, чем в аналогичных экспериментах с индексно-температурной схемой, но среднеквадратичное отклонение от наблюдённых балансов массы оказалось больше. Таким образом, упрощённая энергобалансовая модель не показала лучших результатов, чем простая индексно-температурная модель при валидации на рядах наблюдённого баланса массы. Возможная причина этого состоит в том, что потоки энергии, отличные от баланса коротковолновой радиации, объединены в этой модели в простую линейную температурную зависимость и не представлены должным образом [17].

Влияние поверхностной морены на баланс массы

Общий недостаток практически всех ГГМ – игнорирование влияния поверхностной морены на теплообмен замороженных поверхностей ледников с атмосферой. Моренный чехол играет важную роль в регулировании процессов таяния ледников. Тонкий слой морены, а также разрозненные мелкие частицы на леднике ускоряют его таяние, так как имеют более низкое альбедо по сравнению с чистым льдом и поглощают больше коротковолновой радиации [61–63]. Слой морены толщиной более нескольких сантиметров («критическая толщина») снижает таяние вплоть до полного прекращения, поскольку изолирует лежащий под ним лёд [62, 64–66]. Моренный покров достаточной мощности смягчает воздействие изменения климата, поскольку более низкие скорости таяния замедляют отступание ледников и потерю массы при повышении температуры. Модель KRA2017 – первая и до настоящего времени единственная ГГМ, в которой этот эффект учтён [64]. Для этой модели толщина моренного чехла ледников Высокогорной Азии была определена с помощью упрощённого метода инверсии температуры поверхности, получаемой из тепловых инфракрасных снимков Landsat-8. После этого была составлена карта уменьшения таяния с использованием относительной зависимости между толщиной морены и абляцией. Напротив, для пикселей, идентифицированных в качестве надлёдных озёр, часто встречающихся на покрытых мореной ледниках, был применён коэффициент увеличения таяния. Для каждого высотного пояса в соответствии с картой уменьшения/увеличения таяния был посчитан свой фактор градусо-дня, который использовался для коррекции абляции. Абляция в модели KRA2017 задавалась методом масс-балансового градиента [62]: температурно-индексным методом рассчитывался баланс массы на фронте ледника с использованием PDDF для чистого льда, равного 7 мм $^{\circ}C^{-1}д^{-1}$ [67]; баланс массы для остальных высотных поясов рассчитывался с помощью линейного градиента, который определялся из наблюдений.

Фронтальная абляция. Потери массы при фронтальной абляции ледников, оканчивающихся морскими или озёрными водами, составляют примерно 10% общей абляции во всем мире, поэтому данный компонент необходимо учитывать, хотя таяние явно преобладает во всех регионах. [17]. Из всех моделей только OGGM [68] и GloGEM [17] учитывают фронтальную абляцию ледников, граничащих с морями или озёрами. Основное отличие таких ледников – дополнительная потеря массы на фронте ледника. Это имеет значение для динамики ледника и инверсии толщины ледника, которая на настоящий момент предполагает, что поток массы на фронте равен нулю. Учёт фронтальной абляции в методах инверсии толщины льда, основанных на сохранении

массы, увеличивает оценки региональной массы льда примерно на 11–19% [68]. В ГГМ фронтальная абляция вычисляется в конце каждого балансового года и добавляется к климатическому балансу массы для получения общего годового баланса массы [17, 68]. Согласно схеме расчёта [69], фронтальная абляция – функция толщины, ширины ледника и глубины воды на фронте. Разница между моделями GloGEM и OGGM состоит в том, что толщина фронта ледника масштабируется в зависимости от его длины и глубины воды [17] или рассчитывается из предположения, что количество отколотого льда должно быть равно количеству льда, доставленного на фронт [68]. Для калибровки блока фронтальной абляции в GloGEM использовались региональные оценки [17], в OGGM параметры брались за константу [68].

Динамический блок

Ранее было отмечено, что ГГМ по уровню сложности их динамических блоков можно разделить на:

1) *параметризованные модели*. GloGEM/PyGEM и все остальные модели, за исключением GloGEMflow и PyGEM, более простые, так как в них явным образом не описывается отступание (наступание) ледника, а используются разного рода параметризации: масштабирование между площадью, объёмом и длиной ледников, основанное на статистических и/или эмпирических соотношениях;

2) *ограниченные динамические модели*. В GloGEMflow включён динамический блок, но течение ледника рассматривается как единый поток, а исходными данными служат характеристики, осреднённые по высотным поясам (рис. 3). Если ледник имеет ветвящуюся структуру, то в модели GloGEMflow он рассматривается как один широкий ледник. Теоретически – это небольшая проблема для применения GloGEMflow в случае таких ледниковых комплексов, как Эльбрус, так как он разделён на отдельные ледники в RGI. Однако ещё предстоит оценить, насколько реалистично в рамках такого подхода описывается динамика подобных ледников.

Модель OGGM – наиболее сложная из существующих в настоящее время глобальных гляциологических моделей, так как в её динамическом блоке берётся в расчёт вся система потоков ледника вдоль осевых линий (рис. 2а).

Эволюция геометрии ледников

Толщина ледника в идеальном состоянии равновесия (не существующего в действительности) не изменяется, так как все пространственные различия в балансе

поверхностной массы компенсируются динамическим перераспределением массы льда из зоны аккумуляции в зону абляции. Неравновесие баланса массы и потока льда приводит к эволюции геометрии ледника, которая может быть рассчитана с помощью уравнений динамики ледника или с помощью различных параметризаций, основанных на наблюдениях. Не так давно считалось, что применение динамических моделей течения ледников на региональном уровне невозможно [70], однако сейчас появились две модели, позволяющие быстро рассчитывать динамику ледников на региональном уровне на персональном компьютере: OGGM и GloGEMflow [17, 18]. Для этого с помощью закона Глена в аппроксимации мелкого льда вычисляется средняя скорость движения ледника (по формуле П01, см. Приложение 2), которая затем подставляется в прогностическое уравнение для вычисления изменения толщины ледника (П02), основанное на законе сохранения массы (см. Приложение 2). Полученное уравнение диффузии (П05, см. Приложение 2) связывает динамику ледника с поверхностным балансом массы в гляциологической модели (см. рис. 1).

В остальных ГГМ вместо уравнений динамики используют параметризации для расчёта переноса льда. Эти параметризационные соотношения основаны на том факте, что изменение поверхности ледника отвечает чётким пространственным закономерностям. Как правило, изменения высоты Δh при отступании ледника – небольшие в районе аккумуляции, а самые большие – вблизи языка горных ледников [74]. Исходя из этого, в моделях GloGEM и PyGEM Δh рассчитывается как ответ на изменение баланса массы при удовлетворении закона сохранения массы [70]. Распределение Δh зависит от размеров, геометрии, режима течения льда и изменчивости баланса массы ледника. Форма Δh - параметризации отличается от ледника к леднику, поэтому в этих двух моделях применяют разные параметры для ледников разных размеров. Например, в GloGEM [17] используется эмпирическая функция

$$\Delta h = \left(h_n + a\right)^{\gamma} + b\left(h_n + a\right) + c,$$

где Δh – изменение высоты поверхности ледника; h_n – разница в высоте между n-ым и нижним высотным поясом ледника (нормализованные высотным диапазоном ледника).

Степень γ, задающая кривизну функции Δh, уменьшается с размером ледника: для больших долинных ледников (> 20 км²) – $\Delta h = \left(h_n - 0{,}02\right)^6 + 0{,}12\left(h_n - 0{,}02\right)$; для средних (5–20 км²) – $\Delta h = \left(h_n - 0{,}05\right)^4 + 0{,}19\left(h_n - 0{,}05\right) + 0{,}01$; для маленьких (5–20 км²) – $\Delta h = \left(h_n - 0{,}30\right)^2 + 0{,}60\left(h_n - 0{,}30\right) + 0{,}09$ [73].

В других моделях [15, 16, 58, 72, 73] используется масштабирование между объёмом ледника и его длиной или площадью [74]. При этом площадь и объём связываются экспонентой масштабирования, которая обычно рассчитывается на основе небольшого объёма доступных данных. Для разных регионов эта экспонента может быть разной. Оба подхода (кроме [15]) предполагают, что равновесная геометрия ледника достигается мгновенно в ответ на изменение объёма. В работе [17] с помощью экспериментов по оценке чувствительности к выбору блока эволюции геометрии ледников показано, что применение масштабирования между объёмом и площадью приводит к бóльшим потерям массы льда чем при использовании Δh -параметризации. В модели KRA2017 [64] для симуляции динамики ледника использован метод перераспределения массы. Объём льда, перетекающий из данного высотного пояса в пояс, находящийся ниже, задаётся функцией его площади, средней толщины и наклона поверхности. Поток регулируется настраиваемым реологическим параметром.

Заключение

В обзоре рассмотрены предпосылки возникновения и особенности архитектуры глобальных гляциологических моделей. Основываясь на доступности баз данных ледников в глобальном масштабе и разработке эффективных с вычислительной точки зрения методов моделирования долинных ледников, глобальные гляциологические модели позволяют воспроизводить эволюцию оледенения горных стран и всего мира. Как правило, такие модели содержат блок обработки климатических данных для условий каждого отдельного ледника, масс-балансовый и динамический блоки. Для каждого блока возможен выбор в пользу более или менее простой модели, любая из которых содержит параметры, которые требуют калибровки на стадии инициализации в соответствии с имеющимися данными баланса массы и геометрии ледников.

При использовании глобальных гляциологических моделей необходимо учитывать ряд неточностей и упрощений: данные очертаний ледников из RGI всё ещё содержат много ошибок; неточности, неизбежные при получении начального объёма льда с помощью методов инверсии, сильно влияют на прогнозные оценки [17]; инициализация модели, как правило, требует допущений о стационарности ледников на определённый момент времени; климатические данные, которые можно использовать в региональном и глобальном масштабе, имеют недостаточное разрешение для условий горных ледников; модель переноса льда, даже если она основана на уравнениях динамики вдоль осевой линии, не подходит для ледяных куполов. Тем не менее, хотя применение глобальных

гляциологических моделей для отдельных ледников нецелесообразно ввиду перечисленных проблем, по закону больших чисел на региональном уровне глобальные гляциологические модели дают меньшую ошибку. В перспективе, при доступности достаточной вычислительной мощности, возможно трёхмерное моделирование ледников всего мира в приближении мелкого льда. Это позволило бы добавить в глобальные гляциологические модели модель откалывания айсбергов, которая отсутствует в большинстве подобных моделей. Фронтальная абляция существенна для ледников Арктики, которые максимально влияют на изменение уровня моря среди ледников RGI [17]. При наличии базы данных моренного покрытия ледников в ближайшие годы в глобальную гляциологическую модель будет добавлена упрощённая схема для расчёта эволюции моренного чехла, который влияет на баланс массы ледников (см. рис. 1).

В последние годы данные инвентаризации ледников, необходимые для инициализации модели (например, площадь и объём), были обновлены и улучшены [9, 48], что позволяет уменьшить погрешности моделей, связанные с исходными данными. В дальнейшем больший объём данных дистанционного зондирования разных лет может быть использован глобальными гляциологическими моделями для лучшей отладки и валидации моделей.

Во второй части данной статьи описаны вопросы постановки экспериментов, климатический форсинг, методы калибровки и валидации глобальных гляциологических моделей. В ней мы подробнее остановимся на основных результатах, полученных с помощью глобальных гляциологических моделей, слабых местах и перспективах развития в этой области.

Благодарности. Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, грант РФФИ 20-35-90042 (В.В. Поповнин). Авторы выражают признательность Х. Зеколлари и М. Хуссу (H. Zekollari, TU Delft, M. Huss, Laboratory of Hydraulics, Hydrology and Glaciology, ETH Zürich) за предоставление доступа к модели GloGEMflow и исходных данных для моделирования эволюции ледников Кавказа. Авторы благодарят рецензентов А.Ф. Глазовского и А.В. Кислова за конструктивные замечания и ценные рекомендации, которые позволили улучшить первоначальный вариант статьи.

Acknowledgements. This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, RFBR grant 20-35-90042 (V.V. Popovnin). The authors are grateful to H. Zekollari (TU Delft) and M. Huss (Laboratory of Hydraulics, Hydrology and Glaciology, ETH Zürich) for providing access to the GloGEMflow model and input data for modeling the evolution of the Caucasus

glaciers. The authors are grateful to the reviewers A.F. Glazovsky and A.V. Kislov for constructive comments and valuable recommendations, which allowed to improve the original version of the article.

Рисунки

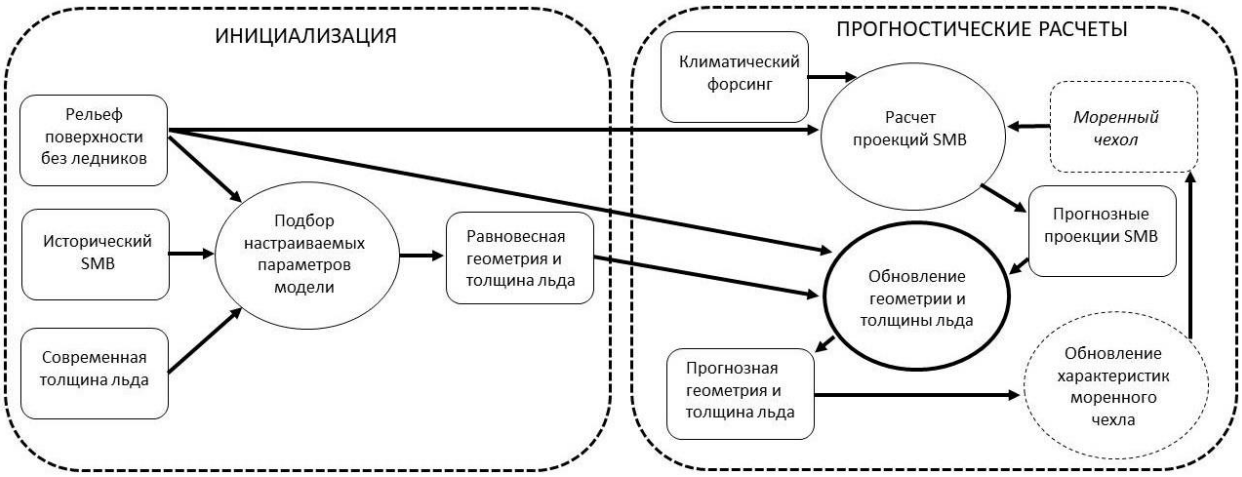

Рис. 1. Блок-схема, иллюстрирующая архитектуру глобальных гляциологических моделей.

Внутренние квадратные блоки означают входные данные, необходимые для расчётных блоков, обозначенных кругами. Внутренние блоки, обозначенные пунктиром, – это блоки, появление которых в глобальных моделях ожидается в перспективе

Fig. 1. Block diagram illustrating the global glacier model architecture.

The inner square blocks represent the input required for the computational blocks indicated by the circles. Inner blocks, indicated by a dotted line, are blocks that are expected to appear in global glacier models in the future

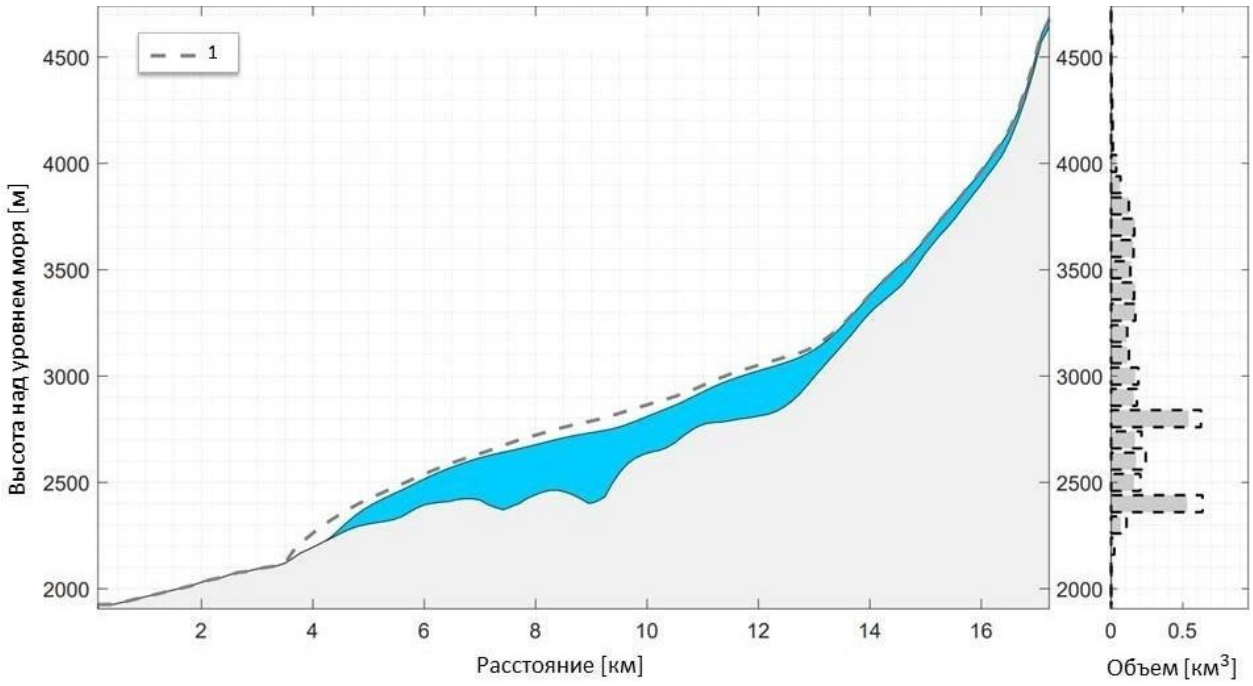

Рис. 2. Ледник Безенги, представленный в модели OGGM.

а – система осевых линий, вдоль которых рассматривается ледник, ледник разделён на ледосборы, которые отмечены разными цветами; *б* – в среднем реалистичная [78] толщина ледника, рассчитанная с помощью метода инверсии [43], встроенного в OGGM, для каждой секции сетки вдоль осевой линии

Fig. 2. Bezengi glacier represented by the OGGM model.

a – the centerline system, which is used to calculate the glacier dynamics; the glacier is divided into catchments, which are marked with different colors; *б* – the thickness of the glacier calculated for each section along the flowline in general realistically [78] using the inversion method [43] embedded into the OGGM

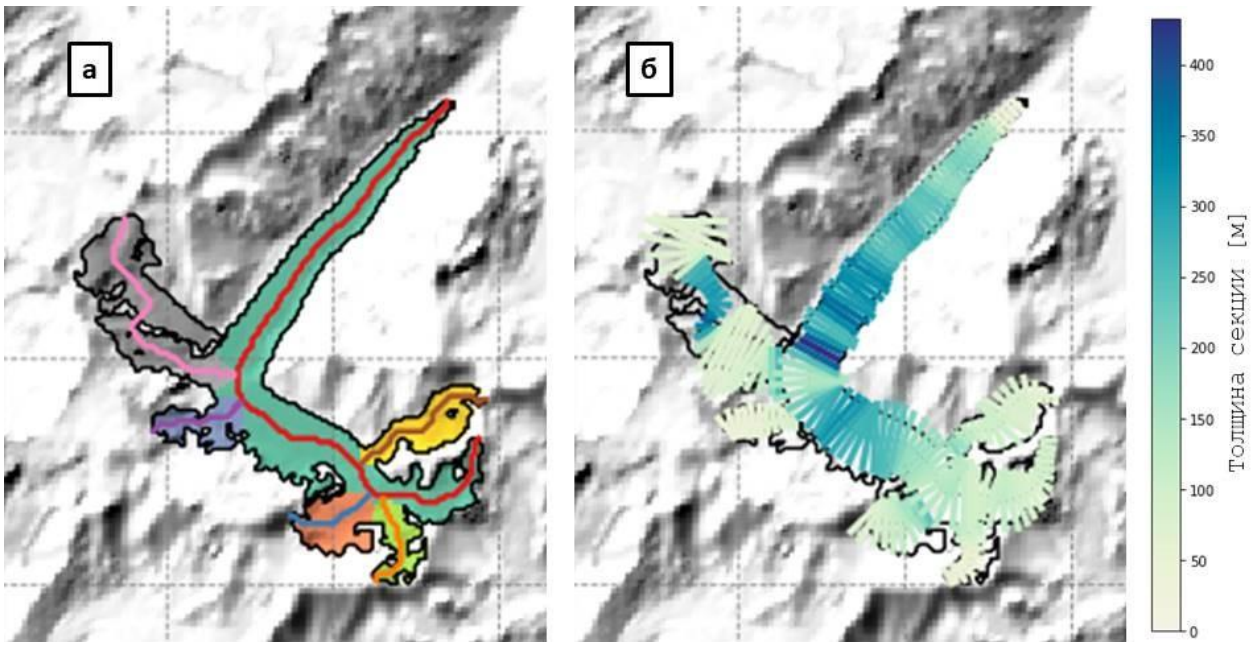

Рис. 3. Профиль ледника Безенги в 2016 г., смоделированный с помощью модели GloGEMflow.

Оставшаяся к 2016 г. толща льда показана голубым цветом Пунктирная линия (*1*) соответствует профилю поверхности ледника на дату инвентаризации RGI (2001 г.). Распределение объёма льда в 2015 г., усреднённого по высотным поясам, дано на диаграмме справа. Пунктиром обозначено распределение объёма льда в 2001 г. Смоделированная толщина ледника (до 400 м) выглядит реалистично по сравнению с наблюдёнными значениями [78]

Fig. 3. Cross-section of the Bezengi glacier by 2016, modeled using GloGEMflow.

The remaining glacier ice by 2016 is shown in blue. The dotted line (1) represents the surface profile of the glacier at the date of the RGI inventory (2001). The distribution of ice volume as of 2015 averaged across elevation bins is shown in the diagram on the right. The dotted line represents the ice volume as of 2001. The modeled glacier thickness (up to 400 m) looks realistic in comparison with the observed values [78]

Характеристика глобальных гляциологических моделей с указанием их схемы масс-балансового и динамического блоков

Глобальная гляциологическая модель	Авторы	Год	Эволюция геометрии	Баланс массы
WAL2001	van de Wal & Wild	2001	Масштабирование объёма и площади	Чувствительность к летней и зимней температуре
$REMO_{glacier}$	Kotlarski et al.	2010		Энергобалансовый метод

SLA2012	Slangen et al.	2012		Чувствительность к температуре и осадкам
MAR2012	Marzeion et al.	2012	Масштабирование объёма, площади, длины и времени релаксации	Чувствительность к температуре
AND2012	Anderson & Mackintosh	2012	Аппроксимация мелкого льда 1D	Температурно-индексная модель
GIE2013	Giesen & Oerlemans	2013	Масштабирование объёма, площади, коррекция площади для каждого высотного пояса	Простая энергобалансовая схема
HYOGA2	Hirabayashi et al.	2013	Масштабирование объёма и длины, коррекция площади на нижнем высотном поясе	Температурно-индексная модель
RAD2014	Radić et al.	2014		
GloGEM	Huss & Hock	2015	Δh-параметризация, коррекция площади и толщины для каждого высотного пояса с сохранением массы	
GLIMB	Sakai & Fujita	2017	Масштабирование объёма и площади	Энергобалансовая модель
KRA2017	Kraaijenbrink et al.	2017		Градиент баланса массы, учёт моренного чехла
GloGEMflow	Zekollari et al.	2019	Аппроксимация мелкого льда 1D	Температурно-индексная модель
OGGM	Maussion et al.	2019		Чувствительность к температуре
JULES	Shannon et al.	2019	Изменение толщины	Энергобалансовая модель
PyGEM	Rounce et al.	2020	Δh-параметризация, коррекция площади и толщины для каждого высотного пояса с сохранением массы	Температурно-индексная модель, байесовская инверсия
BOL2020	Bolibar et al.	2020		Симуляция с помощью машинного обучения

REFERENCES

1. *Pfeffer W.T., Arendt A.A., Bliss A., Bolch T., Cogley J.G., Gardner A.S., Hagen J.-O., Hock R., Kaser G., Kienholz C., Miles E.S., Moholdt G., Mölg N., Paul F., Radić V., Rastner P., Raup B.H., Rich J., Sharp M.J.* The Randolph Glacier Inventory: a globally complete inventory of glaciers. Journ. of Glaciology. 2014, 60: 537–552. https://doi.org/10.3189/2014JoG13J176.
2. *Kienholz C., Rich J.L., Arendt A.A., Hock R.* A new method for deriving glacier centerlines applied to glaciers in Alaska and northwest Canada. The Cryosphere. 2014, 8: 503–519. https://doi.org/10.5194/tc-8-503-2014.
3. *Huss M., Farinotti D.* Distributed ice thickness and volume of all glaciers around the globe. Journ. of Geophys. Research: Earth Surface. 2012, 117 (F4). https://doi.org/10.1029/2012JF002523.
4. *Farr T.G., Rosen P.A., Caro E., Crippen R., Duren R., Hensley S., Kobrick M., Paller M., Rodriguez E., Roth L., Seal D., Shaffer S., Shimada J., Umland J., Werner M., Oskin M., Burbank D., Alsdorf D.* The Shuttle Radar Topography Mission. Reviews of Geophysics. 2007: 45, RG2004. https://doi.org/10.1029/2005RG000183.
5. *Huss M., Hock R.* Global-scale hydrological response to future glacier mass loss. Nature Climate Change. 2018, 8: 135–140. https://doi.org/10.1038/s41558-017-0049-x.
6. *Hock R., Bliss A., Marzeion B., Giesen R.H., Hirabayashi Y., Huss M., Radić V., Slangen A.B.* GlacierMIP–A model intercomparison of global-scale glacier mass-balance models and projections. Journ. of Glaciology. 2019, 65 (251): 453–467. https://doi.org/10.1017/jog.2019.22.
7. *Marzeion B., Hock R., Anderson B., Bliss A., Champollion N., Fujita K., Huss M., Immerzeel W.W., Kraaijenbrink P., Malles J.-H., Maussion F, Radić V., Rounce D. R., Sakai A., Shannon S., van de Wal R., Zekollari H.* Partitioning the Uncertainty of Ensemble Projections of Global Glacier Mass Change. Earth's Future. 2020, 8 (7): e2019EF001470 https://doi.org/10.1029/2019EF001470.
8. *Zekollari H., Hock R., Marzeion B., Maussion F., Schuster L.* GlacierMIP3 global glacier mass change equilibration experiments-rationale and experimental design. Copernicus Meetings. 2021. EGU21-7775. https://doi.org/10.5194/egusphere-egu21-7775.
9. RGI Consortium. Randolph Glacier Inventory (RGI) – A dataset of global glacier outlines: Version 6.0. Technical Report. Global Land Ice Measurements from Space, Boulder, Colorado, USA. 2017. https://doi.org/10.7265/N5-RGI-60.

10. *Oerlemans J., Anderson B., Hubbard A., Huybrechts Ph.,·Johannesson T., Knap·W.H., Schmeits M.,·Stroeven A.P., van de Wal R.S.W., Wallinga·J., Zuo Z.* Modelling the response of glaciers to climate warming. Climate dynamics. 1998, 14 (4): 267–274.
11. *Braithwaite R.J.* Positive degree-day factors for ablation on the Greenland ice sheet studied by energy-balance modelling. Journ. of Glaciology. 1995, 41 (137): 153–160. https://doi.org/10.3189/S0022143000017846.
12. *Schreider S.Y., Whetton P.H., Jakeman A.J., Pittock A.B.* Runoff modelling for snow-affected catchments in the Australian alpine region, eastern Victoria. Journ. of Hydrology. 1997, 200 (1–4): 1–23. https://doi.org/10.1016/S0022-1694(97)00006-1.
13. *Hock R.* Temperature index melt modelling in mountain areas. Journ. of Hydrology. 2003, 282 (1–4): 104–115. https://doi.org/10.1016/S0022-1694(03)00257-9.
14. *Anderson B., MacKintosh A.* Controls on mass balance sensitivity of maritime glaciers in the Southern Alps, New Zealand: The role of debris cover. Journ. of Geophys. Research: Earth Surface. 2012, 117 (1): 1–15. https://doi.org/10.1029/2011JF002064.
15. *Marzeion B., Jarosch A., Hofer M.* Past and future sea-level change from the surface mass balance of glaciers. Cryosphere. 2012, 6 (6): 1295–1322. https://doi.org/10.5194/tc-6-1295-2012.
16. *Radić V., Bliss A., Beedlow A.C., Hock R., Miles E., Cogley J.G.* Regional and global projections of twenty-first century glacier mass changes in response to climate scenarios from global climate models. Climate Dynamics. 2014, 42(1–2): 37–58. https://doi.org/10.1007/s00382-013-1719-7.
17. *Huss M., Hock R.* A new model for global glacier change and sea-level rise**.** Frontiers in Earth Science. 2015, 3: 54. https://doi.org/10.3389/feart.2015.00054.
18. *Maussion F., Butenko A., Champollion N., , Dusch M., Eis J., Fourteau K., Gregor P., Jarosch A.H., Landmann J., Oesterle F., Recinos B., Rothenpieler T., Vlug A., Wild C.T., Marzeion B.* The Open Global Glacier Model (OGGM) v1.1. Geoscientific Model Development. 2019, 12: 909–931. https://doi.org/10.5194/gmd-12-909-2019.
19. *Zekollari H., Huss M., Farinotti D.* Modelling the future evolution of glaciers in the European Alps under the EURO-CORDEX RCM ensemble. The Cryosphere. 2019, 13: 1125–1146. https://doi.org/10.5194/tc-13-1125-2019.
20. *Rounce D.R., Hock R., Shean D.* Glacier mass change in high mountain Asia through 2100 using the open-source Python Glacier Evolution Model (PyGEM). Frontiers in Earth Science. 2020, 7: 331. https://doi.org/10.3389/feart.2019.00331.

21. *Steiner D., Walter A., Zumbühl H.J.* The application of a non-linear back-propagation neural network to study the mass balance of Grosse Aletschgletscher, Switzerland. Journ. of Glaciology. 2005, 51 (173): 313–323. https://doi.org/10.3189/172756505781829421.

22. *Popovnin V.V., Gubanov A.S., Satylkanov R.A., Ermenbaev B.O.* Reconstruction of the mass balance of the Sary-Tor glacier using meteorological data. *Led i Sneg.* Ice and Snow. 2021, 61 (1): 58–74. [In Russian].

23. *Oerlemans J.* Climate sensitivity of glaciers in southern Norway: application of an energy-balance model to Nigardsbreen, Hellstugubreen and Alfotbreen // Journ. of Glaciology. 1992, 38 (129): 223–232. https://doi.org/10.3189/S0022143000003634.

24. *Gerbaux M., Genthon C., Etchevers P., Vincent C., Dedieu J. P.* Surface mass balance of glaciers in the French Alps: distributed modeling and sensitivity to climate change. Journ. of Glaciology. 2005, 51 (175): 561–572. https://doi.org/10.3189/172756505781829133.

25. *Nemec J., Huybrechts P., Rybak O., Oerlemans J.* Reconstruction of the annual balance of Vadret da Morteratsch, Switzerland, since 1865. Annals of Glaciology. 2009, 50 (50): 126–134. https://doi.org/10.3189/172756409787769609.

26. *Hock R.* A distributed temperature-index ice-and snowmelt model including potential direct solar radiation. Journ. of Glaciology. 1999, 45 (149): 101–111. https://doi.org/10.3189/S0022143000003087.

27. *Hock R.* Temperature index melt modelling in mountain areas. Journ. of Hydrology. 2003, 282 (1–4): 104–115. https://doi.org/10.1016/S0022-1694(03)00257-9.

28. *Pellicciotti F., Brock B., Strasser U., Burlando P., Funk M., Corripio J.* An enhanced temperature-index glacier melt model including the shortwave radiation balance: development and testing for Haut Glacier d'Arolla, Switzerland. Journ. of Glaciology. 2005, 51 (175): 573–587. https://doi.org/10.3189/172756505781829124.

29. *Carenzo M., Pellicciotti F., Rimkus S., Burlando P.* Assessing the transferability and robustness of an enhanced temperature-index glacier-melt model. Journ. of Glaciology. 2009, 55 (190): 258–274. https://doi.org/10.3189/002214309788608804.

30. *Oerlemans J.* Glaciers and climate change. CRC Press, 2001: 48 p.

31. *Carlson B.Z., Georges D., Rabatel A., Randin C.F., Renaud J., Delestrade A., Zimmermann N.E., Choler P., Thuiller W.* Accounting for tree line shift, glacier retreat and primary succession in mountain plant distribution models. Diversity and Distributions. 2014, 20: 1379–1391. https://doi.org/10.1111/ddi.12238.

32. *Braithwaite R.J., Raper S.C.B.* Estimating equilibrium-line altitude (ELA) from glacier inventory data. Annals of Glaciology. 2009, 50 (53): 127–132. https://doi.org/10.3189/172756410790595930.

33. *Raper S.C.B., Braithwaite R.J.* Glacier volume response time and its links to climate and topography based on a conceptual model of glacier hypsometry. The Cryosphere. 2009, 3 (2): 183. https://doi.org/10.5194/tc-3-183-2009.

34. *Zemp M., Haeberli W., Hoelzle M., Paul F.* Alpine glaciers to disappear within decades? Geophys. Research. Lett. 2006, 33 (13). https://doi.org/10.1029/2006GL026319.

35. *Hutter K.* The application of the shallow-ice approximation. Theoretical Glaciology. 1983, 1: 256–332. https://doi.org/10.1007/978-94-015-1167-4_5.

36. *Shannon S., Smith R., Wiltshire A., Payne T., Huss M., Betts R., Caesar J., Koutroulis A., Jones D., Harrison S.* Global glacier volume projections under high-end climate change scenarios. The Cryosphere. 2019, 13: 325–350. https://doi.org/10.5194/tc-2018-35.

37. https://docs.oggm.org/en/stable/whats-new.html.

38. *Rybak O.O.* Determination of the position of the center lines of mountain glaciers. *Mezhdunarodniy nauchno-issledovatelskiy jurnal*. Intern. research journal. 2019, 12–1: 90 p. [In Russian].

39. *Réveillet M., Rabatel A., Gillet-Chaulet F., Soruco A.* Simulations of changes to Glaciar Zongo, Bolivia (16◦ S), over the 21st century using a 3-D full-Stokes model and CMIP5 climate projections. Annals of Glaciology. 2015, 56: 89–97. https://doi.org/10.3189/2015AoG70A113.

40. GlaThiDa Consortium: Glacier Thickness Database 3.0.1. World Glacier Monitoring Service, Zurich, Switzerland, 2019. doi: 10.5904/wgms-glathida-2019-03.

41. *Farinotti D., Brinkerhoff D.J., Clarke G.K., Fürst J.J., Frey H., Gantayat P., Linsbauer A., Machguth H., Martin C., Maussion F., Morlighem M., Mosbeux C., Pandit A., Portmann A., Rabatel A., Ramsankaran R., Reerink T.J., Sanchez O., Stentoft P.A., Kumari S.S., van Pelt W.J.J., Anderson B., Benham T., Binder D., Dowdeswell J.A., Fischer A., Helfricht K., Kutuzov S., Lavrentiev I., McNabb R., Gudmundsson G.H., Li H., Andreassen L.M.* How accurate are estimates of glacier ice thickness? Results from ITMIX, the Ice Thickness Models Intercomparison eXperiment. The Cryosphere. 2017, 11 (2): 949–970. doi:10.5194/tc-11-949-2017.

42. *Van Tricht L., Huybrechts P., Van Breedam J., Fürst J., Rybak O., Satylkanov R., Malz P*. Measuring and inferring the ice thickness distribution of four glaciers in the Tien Shan, Kyrgyzstan. Journ. of Glaciology. 2021, 67(262), 269-286. doi:10.1017/jog.2020.104.

43. *Farinotti D., Huss M., Bauder A., Funk M., Truffer M.* A method to estimate the ice volume and ice-thickness distribution of alpine glaciers. Journ. of Glaciology. 2009, 55 (191): 422–430. https://doi.org/10.3189/002214309788816759.

44. *Huss M., Farinotti D.* Distributed ice thickness and volume of all glaciers around the globe. Journ. of Geophysical Research: Earth Surface. 2012, 117 (F4). https://doi.org/10.1029/2012JF002523.

45. *Bahr D.B., Pfeffer W.T., Kaser G.* Glacier volume estimation as an ill-posed inversion. Journ. of Glaciology. 2014, 60: 922–934 p. https://doi.org/10.3189/2014JoG14J062.

46. *Courant R., Hilbert D.* Methods of mathematical geophysics. V. 2: Partial differential equations. Interscience, New York. 1966: 227–230 p.

47. *Zhdanov M.S.* Geophysical inverse theory and regularization problems. Amsterdam: Elsevier, 2002: 4 p.

48. *Farinotti D., Huss M., Fürst J.J., Landmann J., Machguth H., Maussion F., Pandit A.* A consensus estimate for the ice thickness distribution of all glaciers on Earth. Nature Geoscience. 2019, 12 (3): 168–173. https://doi.org/10.1038/s41561-019-0300-3.

49. *Frey H., Machguth H., Huss M., Huggel C., Bajracharya S., Bolch T., Kulkarni A., Linsbauer A., Salzmann N., Stoffel M.* Estimating the volume of glaciers in the Himalayan–Karakoram region using different methods. Cryosphere. 2014, 8: 2313–2333. https://doi.org/10.5194/tc-8-2313-2014.

50. *Fürst J. J., Gillet-Chaulet F., Benham T. J., Dowdeswell J. A., Grabiec M., Navarro F., Pettersson R., Moholdt G., Nuth C., Sass B., Aas K., Fettweis X., Lang C., Seehaus T., Braun M.* Application of a two-step approach for mapping ice thickness to various glacier types on Svalbard. Cryosphere. 2017, 11: 2003–2032. https://doi.org/10.5194/tc-11-2003-2017.

51. *Ramsankaran R., Pandit A., Azam M.* Spatially distributed ice-thickness modelling for Chhota Shigri Glacier in western Himalayas, India. Int. J. Remote. Sens. 2018, 39: 3320–3343. https://doi.org/10.1080/01431161.2018.1441563.

52. *Jarvis J., Reuter H., Nelson A., Guevara E.* Hole-filled SRTM for the globe, CGIAR-CSI SRTM 90 m Database, Version 4, http://srtm. csi.cgiar.org/, CGIAR Consort. for Spatial Inf., Montpellier, France. 2008.

53. *Fujita K., Suzuki R., Nuimura T., Sakai A.* Performance of ASTER and SRTM DEMs, and their potential for assessing glacial lakes in the Lunana region, Bhutan Himalaya. Journ. of Glaciology. 2008, 54: 220–228. https://doi.org/10.3189/002214308784886162.

54. https://asterweb.jpl.nasa.gov/gdem.asp.

55. *Liu H, Jezek K, Li B., Zhao Z.* Radarsat Antarctic Mapping Project Digital Elevation Model, Version 2 (NASA National Snow and Ice Data Center Distributed Active Archive Center, 2015).

56. *Morin P., Porter C., Cloutier M., Howat I., Noh M.J., Willis M., Bates B., Willamson C., Peterman K.* ArcticDEM; a publically available, high resolution elevation model of the Arctic. In Egu general assembly conference abstracts. 2016: EPSC2016-8396.

57. *de Ferranti J.A* Worldwide 3 Arc Seconds DEM. 2014. http://viewfinderpanoramas.org/dem3.html.

58. *Hirabayashi Y., Zang Y., Watanabe S., Koirala S., Kanae S.* Projection of glacier mass changes under a high-emission climate scenario using the global glacier model HYOGA2. Hydrol. Res. Lett. 2013, 7 (1): 6–11. https://doi.org/10.3178/hrl.7.6.

59. *Radić V., Hock R.* Regionally differentiated contribution of mountain glaciers and ice caps to future sea-level rise. Nature Geoscience. 2011, 4 (2): 91–94. https://doi.org/10.1038/ngeo1052.

60. *Ohmura A.* Physical basis for the temperature-based melt-index method. Journal of Applied Meteorology and Climatology. 2001, 40 (4): 753–761. https://doi.org/10.1175/1520-0450(2001)040<0753:PBFTTB>2.0.CO;2.

61. *Østrem G.* Ice melting under a thin layer of moraine and the existence of ice cores in moraine ridges. Geografiska Annaler, Series A. 1959, 31: 228–230.

62. *Benn D.I., Lehmkuhl F.* Mass balance and equilibrium-line altitudes of glaciers in high-mountain environments. Quat. Int. 2000, 66: 15–29. https://doi.org/10.1016/S1040-6182(99)00034-8

63. *Rybak O.O., Rybak E.A., Korneva I.A., Morozova P.A., Popovnin V.V.* Equilibrium configurations of the Djankuat glacier in different climatic conditions. *Sistemy kontrolya okruzhayushey sredi.* Environmental control systems. 2018, 14: 102–109. https://doi.org/10.33075/2220-5861-2018-4-102-109.

64. *Kraaijenbrink P.D.A., Bierkens M.F.P., Lutz A.F., and Immerzeel W.W.* Impact of a global temperature Rise of 1.5 degrees celsius on Asia's Glaciers. Nature. 2017, 549: 257–260. doi: 10.1038/nature23878.

65. *Pellicciotti F., Stephan C., Miles E., Immerzeel W.W., Bolch T.* Mass balance changes of the debris-covered glaciers in the Langtang Himal in Nepal between 1974 and 1999. Journ. of Glaciology. 2015, 61: 373–386. https://doi.org/10.3189/2015JoG13J237.

66. *Popovnin V.V., Rezepkin A.A., Tielidze L.G.* Growth of the surface moraine in the tongue of the Djankuat glacier during the period of direct glaciological monitoring. *Kriosfera Zemli.* Earth Cryosphere. 2015, 19 (1): 89–98. [In Russian].

67. *Immerzeel W.W., Wanders N., Lutz A.F., Shea J.M., Bierkens M.F.P.* Reconciling high-altitude precipitation in the upper Indus basin with glacier mass balances and runoff. Hydrol. Earth Syst. Sci. 2015, 19: 4673–4687. https://doi.org/10.5194/hess-19-4673-2015.

68. *Recinos B., Maussion F., Rothenpieler T., Marzeion B.* Impact of frontal ablation on the ice thickness estimation of marine-terminating glaciers in Alaska. The Cryosphere. 2019, 13: 2657–2672. https://doi.org/10.5194/tc-13-2657-2019.

69. Oerlemans J., Nick F.M. A minimal model of a tidewater glacier. Annals of Glaciology. 2005, 42: 1–6. https://doi.org/10.3189/172756405781813023.

70. *Huss M., Jouvet G., Farinotti D., Bauder A.* Future high-mountain hydrology: a new parameterization of glacier retreat. Hydrology and Earth System Sciences. 2010, 14: 815–829. https://doi.org/10.5194/hess-14-815-2010.

71. *Jóhannesson T., Raymond C., Waddington E.D.* Time–scale for adjustment of glaciers to changes in mass balance. Journ. of Glaciology. 1989, 35 (121): 355–369. doi:10.3189/S002214300000928X.

72. *Slangen A.B.A., Katsman C.A., van de Wal R.S.W., Vermeersen L.L.A., Riva R.E.M.* Towards regional projections of twenty-first century sea-level change based on IPCC SRES scenarios. Clim. Dyn. 2012, 38 (5–6): 1191–1209. https://doi.org/10.1007/s00382-011-1057-6

73. *Giesen R.H., Oerlemans J.* Climate-model induced differences in the 21st century global and regional glacier contributions to sea-level rise. Clim. Dyn. 2013, 41 (11–12): 3283–3300. https://doi.org/10.1007/s00382-013-1743-7.

74. *Bahr D.B., Meier M.F., Peckham S.D.* The physical basis of glacier volume-area scaling. Journ. of Geophys. Research. 1997, 102 (B9): 20355–20362. https://doi.org/10.1029/97JB01696

75. *Zekollari H., Huybrechts P., Fürst J.J., Rybak O.O., Eisen O.* Calibration of a higher-order 3-D ice flow model of the Morteratsch glacier complex, Engadin, Switzerland. Annals of Glaciology. 2013, 54: 343–351. https://doi.org/10.3189/2013AoG63A434.

76. *Hoelzle M., Haeberli W., Dischl M., Peschke W.* Secular glacier mass balances derived from cumulative glacier length changes. Global Planet. Change. 2003, 36 (4): 295–306. https://doi.org/10.1016/S0921-8181(02)00223-0.

77. *Budd W.F., Jenssen D.* Numerical modelling of glacier systems. IAHS-AISH Publ. 1975, 104: 257–291.

78. *Budd W.F., Keage P.L., Blundy N.A.* Empirical studies of ice sliding. Journ. of Glaciology. 1979, 23: 157–170. doi:10.3189/S0022143000029804.
79. *Van der Veen C.J.* Fundamentals of glacier dynamics. CRC press, 2013.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Формализация расчёта толщины ледника с помощью закона сохранения массы

Расход льда q, $м^3с^{-1}$, через поперечное сечение ледника с площадью S, $м^2$, равен

$$q = \bar{u}S,$$

где $\bar{u}$ – средняя скорость течения льда, м/с.

Используя оценки $\bar{u}$ и q, найденные из физики течения льда и поля баланса массы, можно вычислить S и локальную толщину льда H, м, полагаясь на определённые допущения о геометрии ложа. Интегрированная по толщине скорость льда вычисляется из аппроксимации мелкого льда (см. Приложение 2):

$$\bar{u} = \frac{2A}{n+2} H\tau^n,$$

где A – параметр ползучести, $с^{-1}Па^{-3}$; n – экспонента закона Глена ($n = 3$); τ – базальное напряжение сдвига:

$$\tau = \rho g H \alpha,$$

где ρ – плотность льда (900 $кг/м^3$); g – ускорение свободного падения, равное 9,81 $м/с^2$; α – наклон ледника, вычисленный численно вдоль осевой линии.

Скорость скольжения по ложу u_s может быть добавлена к скорости деформации, но это не всегда обязательно [75]. Чтобы выполнялся закон сохранения массы, поверхностный баланс массы $\dot{m}$ должен уравновешиваться дивергенцией потока льда ∇q и изменением высоты поверхности $\frac{\partial H}{\partial t}$. Согласно [43], $\dot{m}$ и $\frac{\partial H}{\partial t}$ объединены в новую переменную – «кажущийся» баланс массы, определяемый как $\tilde{m} = \dot{m} - \rho\frac{\partial H}{\partial t}$. Если ледник находится в равновесном состоянии, то «кажущийся» баланс массы равен истинному балансу массы. Чтобы описать переходное (т.е. неравновесное) состояние ледника, в работах [43] и [3] описывают профиль «кажущегося» баланса массы в виде параметризованного линейного градиента $\frac{d\tilde{m}}{dz_{abl}}$ и $\frac{d\tilde{m}}{dz_{acc}}$ для областей абляции и аккумуляции соответственно. Причём, граница питания определяется так, чтобы

выполнялся закон сохранения массы: $\int_{\Pi} \tilde{m}\, d\Pi = 0$, где Π – площадь ледника. Параметризация зависит как от континентальности климата (для морского климата градиент $\frac{d\tilde{m}}{dz}$ больше), так и от размера ледника (градиент $\frac{d\tilde{m}}{dz}$ уменьшается с размером ледника). Уменьшение $\frac{d\tilde{m}}{dz}$ необходимо для учёта комбинации $\dot{m}$ и $\frac{\partial H}{\partial t}$ в распределении кажущегося баланса массы $\tilde{m}$ малых ледников. Например, снежник без динамики течения будет реагировать на потепление климата только понижением поверхности. Тогда $\tilde{m} = \frac{\partial H}{\partial t}$, а $\tilde{m}$ (и, следовательно, $\frac{d\tilde{m}}{dz}$) равно нулю. Вместе с тем большие ледники отреагируют изменением течения, но относительно малым изменением высоты на большей части своего высотного диапазона [71]. Следовательно, $\dot{m}$ приблизительно соответствует $\tilde{m}$, а $\frac{d\tilde{m}}{dz}$ близко к градиентам баланса массы, наблюдаемым в полевых условиях [76].

Объёмный расход льда q_i для каждого высотного пояса i вычисляется путём интегрирования $\tilde{m}$ вдоль ледника, тогда толщину льда для пояса i можно выразить формулой

$$H_i = \sqrt[n+2]{\frac{(1-f_{sl})\,q_i}{2A} \cdot \frac{n+2}{\left(F_{s,i}\rho g \sin\overline{\alpha_i}\right)^n}},$$

где $F_{s,i}$ – коэффициент, зависящий от формы долины; f_{sl} – фактор, связанный со скольжением ледника по ложу [3].

ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Формализация уравнений динамики ледника в одномерном случае

Рассмотрим основные допущения и уравнения, на которых основаны модели GloGEMflow и OGGM.

1. Приближение мелкого льда [35] предполагает, что толщина льда мала по сравнению с его протяжённостью (ледник неглубокий), вертикальные градиенты напряжения сдвига преобладают над горизонтальными, а лёд медленно течёт по ложу. Тогда движение определяется одной компонентой тензора напряжений

$\tau = \tau_{xz} = \rho g\left(H - z\right)\alpha$, где z – вертикальная, а x – горизонтальная координата в направлении потока; $\alpha = \left|\frac{\partial h}{\partial x}\right|$ – наклон ледника; h – высота поверхности ледника.

2. По закону Глена, с экспонентой $n = 3$ можно вычислить скорость деформации льда из найденных в п. 1 напряжений: $\dot{\varepsilon} = A'\tau^3$, где A' – вязкость льда, зависящая от размера кристаллов, концентрации, типа включений и температуры льда. В ГГМ предполагается, что $A' = \text{const}$, но эту величину можно калибровать [19]. Скорость деформации льда, по определению, выражается через производную скорости $\dot{\varepsilon} = \frac{du}{dz}$. Таким образом:

$$\frac{du}{dz} = 2A'\tau^3 = 2A'\left(\rho g\left(H - z\right)\alpha\right)^3.$$

Интегрируя последнее уравнение от ложа до z, получаем:

$$u\left(z\right) = \frac{A'}{2}\left(\rho g\alpha\right)^3\left(H^4 - \left(H - z\right)^4\right) + U_s,$$

где U_s – скорость базального (глыбового) скольжения.

Интегрируя от ложа до поверхности ледника, получаем среднюю скорость (по толщине):

$$\bar{u} = U_s + \frac{A'}{10}H\tau^3 = U_s + U_d\ ,$$

где U_d – скорость деформации льда.

Согласно [10], компонента скольжения может быть выражена следующим образом:

$$\bar{u} = U_s + U_d = f_d H\tau^3 + \frac{c_s\tau^3}{P_w},$$

где f_d – обобщённая вязкость; P_w – давление воды у ложа.

Параметры f_d и c_s – полуэмпирические, варьируются от ледника к леднику. В ГГМ вычисления P_w не производятся. Вместо этого предполагается, что P_w пропорционально давлению льда $\rho g H$, тогда

$$\bar{u} = U_s + U_d = f_d H\tau^3 + \frac{f_s\tau^3}{H}. \qquad (\text{П}01)$$

Для параметров вязкости и скольжения в статье [10], основываясь на исследованиях [77] и [78], предложено использовать значения $f_d = 1{,}9\times10^{-24}$ Па$^{-3}$м^{2}с$^{-1}$ и $f_s = 5{,}7\times10^{-20}$ Па$^{-3}$м^{2}с$^{-1}$, так как они дают хорошие результаты при моделировании реальных ледников [30]; параметр f_d , как правило, требует

калибровки [18, 19]. В некоторых работах [19] используется единая параметризация для скольжения и внутренней деформации, учитывая относительно большую неопределённость, связанную с параметризацией скорости скольжения. Скольжение и внутренняя деформация связаны как с уклоном поверхности, так и с локальной толщиной льда; было показано, что они имеют сходные пространственные структуры на альпийских ледниках [75].

3. Согласно закону сохранения массы, скорость изменения толщины должна быть обусловлена течением льда, общим количеством льда, добавляемого на поверхность в результате снегопада, и потерями от таяния на конце ледника [79]. Прогностическое уравнение представляет собой уравнение неразрывности в предположении, что лёд – несжимаемая среда:

$$\operatorname{div}\ \boldsymbol{U} = 0,$$

где $\boldsymbol{U} = (u, v, w)$ – вектор скорости с координатами в ортогональных направлениях x, y, z.

Игнорируя разницу в плотности льда по леднику, интегрируем уравнение непрерывности $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$ по z от ложа ($z = b$) до поверхности ($z = h$):

$$w(h) - w(b) = -\int_b^h \frac{\partial u}{\partial x}\, dz - \int_b^h \frac{\partial v}{\partial y}.$$

Из этого уравнения (с помощью правила Лейбница) [79] нетрудно вывести следующее уравнение:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\nabla(\bar{u}H) + B. \qquad (\text{П02})$$

Левая часть в этом уравнении – производная по времени локальной толщины, что делает уравнение непрерывности прогностическим, то есть его можно использовать для определения толщины льда в каждый следующий момент времени, если известны термины в правой части [79]. Для упрощённых численных моделей долинных ледников это уравнение используется в одномерной форме, когда динамика ледника вычисляется вдоль осевой линии (учитывая вариации ширины ледника).

Пусть S – площадь поперечного сечения ледника перпендикулярно линии потока. Предположим, что форма ложа – трапеция с шириной ложа w: $S = H\left(w + \frac{\lambda}{2}H\right)$. Тогда

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial t}(w + \lambda H).$$

При этом закон сохранения массы (2) можно переписать в виде

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{\partial \bar{u}\, S}{\partial x} + B\left(w + \lambda H\right), \qquad (\text{П03})$$

следовательно

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{w+\lambda H}\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{-1}{w+\lambda H}\frac{\partial}{\partial x}\left(\bar{u}\, H\left(w+\frac{\lambda}{2}\right)\right) + B. \qquad (\text{П04})$$

Согласно выражению (1), средняя скорость

$$\bar{u} = f_d H\left(\rho g H \alpha\right)^3 + \frac{f_s\left(\rho h H \alpha\right)^3}{H} = \left(f_d H^4 \gamma\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2 + f_s H^2 \gamma\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2\right)\frac{\partial h}{\partial x},\ \gamma = \left(\rho g\right)^3.$$

Подставляя это выражение в (3), получаем, что изменение толщины ледника описывается нелинейным уравнением диффузии [10]:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{-1}{w+\lambda H}\frac{\partial}{\partial x}\left(D\frac{\partial\left(H+b\right)}{\partial x}\right) + B, \qquad (\text{П05})$$

где коэффициент диффузии $D = \left(w+\frac{\lambda}{2}H\right)\left(f_d H^5 \gamma\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2 + f_s H^3 \gamma\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2\right)$.

Это уравнение связывает динамику ледника с поверхностным балансом массы в модели. В частности, оно используется в модели GloGEMflow в чуть видоизменённой форме (иначе обозначена ширина ложа и поверхности ледника), а в OGGM решается уравнение (П03), а не (П05), чтобы численное решение не зависело от формы ложа. При этом в GloGEMflow используется объединённая параметризация скольжения и деформации в отличие от OGGM, где параметр скольжения берётся из литературы [10].