

УДК 532

ББК

22/253

В67

**Волны и вихри в сложных средах:** 10-ая международная конференция – школа молодых ученых; 03 – 05 декабря 2019 г.,  
B67 Москва: Сборник материалов школы. – М.: ООО «Премиум-принт», 2019. – 368 с.

ISBN 978-5-91741-252-8

Материалы 10-ой международной конференции – школы молодых ученых “Волны и вихри в сложных средах”, посвященной обсуждению фундаментальных и прикладных проблем механики жидкостей и газов в природных и техногенных системах.

*Ключевые слова:* волны, вихри, математическое и лабораторное моделирование, неоднородные жидкости, течения в сложных средах.

УДК 532  
ББК 22/253

Proceedings of the 10-th international conference – scientific school of young scientists “Waves and vortices in complex media” dedicated to the discussion of fundamental and applied problems in fluid and gas mechanics for environmental and technological systems.

*Key words:* waves, vortices, mathematical and laboratory modelling, inhomogeneous fluids, fluxes in complex media.

ISBN 978-5-91741-252-8

© Федеральное государственное бюджетное учреждение  
науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского  
Российской академии наук, 2019

лили обнаружить характерные возвратные течения относительно его границ (см. рис. 3).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Reynolds O. An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous and the law of resistance in parallel channels // Philos. Trans. Roy. Soc. London Ser. A. 1883. V. 174. P. 935 – 982.
2. Nishi M., Unsal B., Durst F., Biswas G. Laminar-to-turbulent transition of pipe flows through puffs and slugs // J. Fluid Mech. 2008. V. 614. P. 425 – 446.
3. Mukund V., Hof B. The critical point of the transition to turbulence in pipe flow // J. Fluid Mech. 2018. V. 839. P. 76 – 94.
4. Priymak V.G., Miyazaki T. Direct numerical simulation of equilibrium spatially localized structures in pipe flow // Phys. Fluids. 2004. V. 16. P. 4221 – 4234.
5. Moxey D., Barkley D. Distinct large-scale turbulent-laminar states in transitional pipe flow // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. 2010. V. 107. P. 8091 – 8096.
6. Avila K., Moxey D., de Losar A., Avila M., Barkley D., Hof B. The onset of turbulence in pipe flow // Science. 2011. V. 333. P. 192 – 196.
7. Priymak V.G. Direct numerical simulation of quasi-equilibrium turbulent puffs in pipe flow // Phys. Fluids. 2018. V. 30. 064102.
8. Barkley D. Theoretical perspective on the route to turbulence in a pipe // J. Fluid Mech. 2016. V. 803. P1.
9. Manneville P. On the transition to turbulence of wall-bounded flows in general, and plane Couette flow in particular // European J. of Mechanics – B/Fluids. 2015. V. 49 (Part B). P. 345 – 362.
10. Willis P., Kerswell R.R. Coherent structures in localized and global pipe turbulence // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 100. 124501.



## ОСОБЕННОСТИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ВЫРАЩИВАНИИ КРИСТАЛЛОВ В ПАКЕТЕ ЯЧЕЕК ХЕЛЕ-ШОУ

*А.И. Простомолов, Н.А. Верезуб,*

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН*

*e-mail: [prosto@ipmnet.ru](mailto:prosto@ipmnet.ru)*

Задача состоит в исследование физико-химических процессов в новой модификации метода Бриджмена в виде процесса «кассетной» кристаллизации, используемого для выращивания из расплава термоэлектрического (ТЭ) поликристалла на основе теллурида висмута. Актуальность исследования связана с изучением и устранением основного недостатка процесса «кассетной» кристаллизации, которым является неустойчивость роста поликристалла. Она проявляется в виде дендритного роста. В этом случае возникает химическая и фазовая микронеоднородность, которая не только отрицательно сказывается на степени однородности термоэлектрических параметров, но и на механических свойствах получаемых пластин, приводя к их разрушению в процессе вырезания из них элементов термобатарей.

Рассмотрена формулировка задачи теплопереноса для отдельной кассеты, представляющей ячейку Хеле-Шоу, которая показана на Рис. 1а.

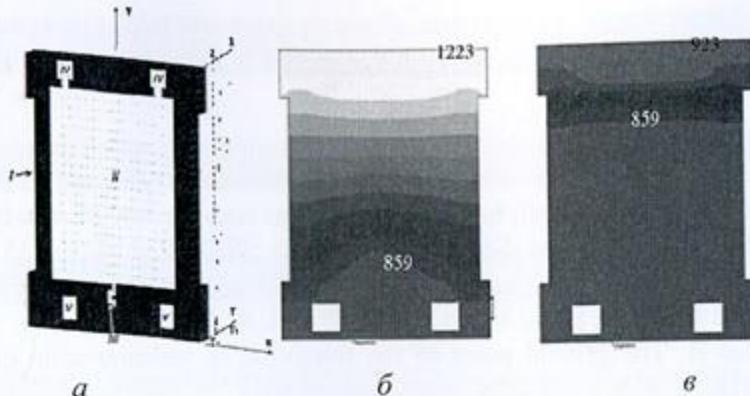


Рис. 1. Кристаллизационная кассета: а – графитовый корпус (I), расплав (II), затравка (III), отверстия для заливки расплава (IV) и для сборки кассет в блоки (V); б – изотермы (К) в кассете в начале и в – конце процесса кристаллизации.

Согласно приведенной схеме, кассета состоит из графитового корпуса I, в котором имеется ряд полостей: основная полость с кристаллизующимся расплавом II, полость для зародыша кристалла III, каналы для заливки расплава IV и отверстия для сборки кассет в блоки V. Исходный расплав заполняет кассету между двумя узкими пластинами из графита, вдоль которых создается градиент температур. Преимущество данного метода заключается в том, что возможно использовать одновременно большое количество щелевых прослоек между графитовыми пластинами и тем самым получать большое количество ТЭ пластин за один цикл кристаллизации.

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Математическая модель физико-химических процессов в кассете учитывает процесс кристаллизации материала и температурные зависимости его свойств: плотности  $\rho(T)$ , теплопроводности  $\lambda(T)$  и кинематической вязкости жидкости  $\nu(T)$ .

Предполагается, что между кристаллом (твердой фракцией) и расплавом (жидкой фракцией) существует промежуточная фракция – двухфазная зона при значениях температуры, больших температуры солидуса  $T_S$  и меньших температуры ликвидуса  $T_L$ . В двухфазной зоне задается линейное изменение доли жидкой фракции:

$$\beta = (T - T_S)/(T_L - T_S)$$

Сплавы кристаллизуются в интервале температур между ликвидусом  $T_L$  и солидусом  $T_S$ , а наличие интервала кристаллизации  $\Delta T = T_L - T_S$  является причиной того, что фронт кристаллизации представляет собой (в отличие от задачи Стефана) двухфазную зону, состоящую из дендритных кристаллов и расплава. При одном и том же составе (концентрации) температура затвердевания сплава отличается от температуры его плавления.

Затвердевание сплава наблюдается в интервале температур  $\Delta T$  и учитывается введением в уравнение теплопроводности источника тепла. Для твердой фракции и области кристаллизации при  $T < T_L$  уравнение теплопереноса записывается в следующем виде:

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \operatorname{div}(\lambda \nabla T) + \rho Q \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

где  $C$  – теплоемкость,  $Q = \beta \times L$  – объемный источник в двухфазной зоне от скрытой теплоты кристаллизации  $L$ ;  $\psi$  – объемная доля твердой фазы в двухфазной зоне, которая определяется кинетикой роста кристаллов, которая при малом переохлаждении расплава рассчитывается по равновесной диаграмме его состояния. Тогда:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial \psi}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t}.$$

В практических расчетах полагают:

$$-\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{1}{T_L - T_S}$$

После введения эффективной удельной теплоемкости сплава:

$$C_{eff}(T) = \begin{cases} C_L(T), & T > T_L \\ C_S(T_S) + Q/(T_L - T_S), & T_S < T < T_L \\ C_S(T), & T < T_S \end{cases}$$

Тогда уравнение теплопроводности для затвердевающего сплава в двухфазной зоне записывается в виде:

$$\rho C_{eff} \frac{\partial T}{\partial t} = \operatorname{div}(\lambda \nabla T)$$

Для жидкой фракции уравнение теплопереноса и уравнения движения жидкости в приближении Буссинеска записываются в следующем виде:

$$\rho C_L \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + (V \cdot \nabla) T \right] = \operatorname{div}(\lambda \nabla T)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + (V \cdot \nabla) V = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \Delta V - g \beta_T \delta T, \quad \operatorname{div} V = 0$$

Здесь:  $V$  – вектор скорости,  $P$  – давление,  $g$  – вектор гравитации,  $\beta_T$  – коэффициент объемного расширения,  $\delta T$  – характерная разность температур в расплаве.

### ВЛИЯНИЕ СКОРОСТИ ОХЛАЖДЕНИЯ КАССЕТЫ И КОНВЕКЦИИ.

Расчеты выполнены по программе *CrystNet* [1]. Теплофизические свойства взяты из [2,3,4]. Для графита: теплопроводность  $\lambda = 73.4 \text{ Вт}/\text{м}\times\text{К}$ , теплоемкость  $C = 1500 \text{ Дж}/\text{кг}\times\text{К}$  и плотность  $\rho = 2.0 \times 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3$ . Для теллурида висмута: плотность  $\rho_S = 7.69 \times 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3$  и  $\rho_L = 7.85 \times 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3$ , коэффициенты теплопроводности  $\lambda_S = 2.9$  и  $\lambda_L = 6.3 \text{ Вт}/\text{м}\times\text{К}$  и теплоемкости  $C_S = 173$  и  $C_L = 179 \text{ Дж}/\text{кг}\times\text{К}$ , коэффициент теплового расширения расплава  $\beta_T = 2.8 \times 10^{-4} \text{ К}^{-1}$ , теплота кристаллизации в двухфазной зоне  $L = 1.35 \times 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}$ . Динамическая вязкость расплава  $\mu = 1.57 \times 10^{-3} \text{ кг}/\text{м}\times\text{с}$ . Процесс кристаллизации рассчитывался при  $T_L = 859$  и  $T_S = 857 \text{ К}$ , выбранных по диаграмме состояния системы  $Bi_2Te_3 - Sb_2Te_3$  [5].

Согласно схеме, приведенной на Рис. 1а, в начальный момент исходный расплав полностью заполняет полости кассеты в условиях поддержания заданного вертикального градиента температуры при минимальной температуре на дне и максимальной – на верхней поверхности кассеты.  $T_1$  – начальная и  $T_2$  – конечная температуры, соответствующие показанным линейным температурным профилям на боковой стенке кассеты в начале, середине и конце процесса кристаллизации. В начальный момент градиент температуры должен обеспечивать температуру кристаллизации в окрестности расположения зародыша кристалла III. Однако в последующие моменты мощность внешнего нагревателя постепенно снижается и температурный градиент уменьшается. Это вызывает перемещение фронта кристаллизации снизу вверх в полости II. Выполненное математическое моделирование теплового поля в процессе кристаллизации позволило выявить особенности изменения формы фронта кристаллизации в процессе отвердевания расплава.

Два фрагмента распределения изотерм (в начале и конце процесса кристаллизации) показаны на Рис. 1б и Рис. 1в. Можно отметить, что из-за особенностей "кассетной" конструкции и характера подвода тепла по мере отвердевания расплава форма фронта кристаллизации меняется от сильно выпуклой к практически плоской.

При определенных технологических условиях в кассете может возникать дендритная кристаллизация, вызванная действием тепловой гравитационной конвекции. Значительное и быстрое снижение мощности нагревателя приводит к формированию неустойчивого вертикального температурного градиента с немонотонным вертикальным изменением температуры в кассете, что создает условия для возникновения асимметричных конвективных движений, которые оказывают существенное влияние на искривление фронта кристаллизации и создают предпосылки дендритного роста. В частности, возникают два несимметричных вихря, вызванных тепловой гравитационной конвекцией, при существенно немонотонном боковом подводе тепла. Их асимметрия обусловлена некоторыми малыми конструктивными различиями кассеты справа и слева. Важным является то, что возникающая интенсивная конвекция значительно изменяет тепловое поле как в объеме расплава, так и вблизи фронта кристаллизации, способствуя его искривлению.

### **БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТЫ**

Работа выполнена в рамках Госзадания: АААА-А17-117021310373-3 при частичной поддержке грантов РФФИ: 18-02-00036, 17-08-00078.

### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Prostomolotov A., Pylasov H., Verezub N. CrystmoNet remote access code for Czochralski crystal growth modelling // Science and Technology. 2013. V. 3. No 2A. P. 18–25.
2. Магомедов Я.Б., Гаджиеев Г.Г., Омаров З.М. // Фазовые переходы, упорядоченные состояния и новые материалы. 2013. № 9. С. 1–5.
3. Глазов В.М. Жидкие полупроводники. 1967. 246с.
4. Пашикин А.С., Михайлова М.С. Анализ термодинамических функций твердого теллурида висмута // Изв. Вузов. Электроника. 2015. Т. 20. № 2. С. 198–200.
5. Caillat T. et al. Study of the Bi–Sb–Te ternary phase diagram // J. of Physics and Chemistry of Solids. 1992. Т. 53. № 2. С. 227–232.



### **ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ КАПЛИ НА ИЗЛУЧЕНИЕ ЗВУКА ПРИ ЕЕ УДАРЕ О ВОДНУЮ ПОВЕРХНОСТЬ**

B.E. Прохоров

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

e-mail: [prohorov@ipmnet.ru](mailto:prohorov@ipmnet.ru)

Излучение звука при столкновении капли с поверхностью жидкости – один из интереснейших эффектов, который активно исследуется в интересах фундаментальной науки и различных практических приложений. Природа излучения двояка – в начальной стадии доминирует ударная компонента, обусловленная сверхзвуковым расширение контактного контура [1], образуемым доцентом сегментом капли с поверхностью, а на последующих стадиях (десятки миллисекунд после контакта) – вступает в действие резонансное звучание воздушных пузырей, отрывающихся от подводных каверн [2,3]. Второй вид излучения не отличается высокой повторяемостью и стабильностью параметров – размеры отрывающихся пузырей, а также их количество, заметно разнятся от опыта к опыту, и в результате сильно различаются параметры излучаемых звуковых пакетов – частота, амплитуда, длительность [4].

Ударный звуковой импульс устойчиво появляется при каждом столкновении, при условии, что конечная скорость капли превышает пороговое значение, определяемое