

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу

Байкова Никиты Дмитриевича

«Численные методы решения некоторых задач механики жидкости со свободной границей», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.07 – «Вычислительная математика»

Актуальность и значимость темы исследования.

Задачи гидродинамики жидкости со свободной границей представляют большой научный и практический интерес. Наличие свободной поверхности вносит существенные сложности в теоретическое исследование задач этого класса. Требуется решать уравнения в области с заранее неизвестной границей, форма которой должна определяться в процессе решения.

Наибольший успех достигнут в изучении плоскопараллельных течений идеальной несжимаемой жидкости благодаря применению эффективных методов теории функций комплексного переменного. Но и в этом случае получение аналитических решений оказывается затруднительным или вовсе невозможным при наличии усложняющих факторов, таких как сложная геометрия, нестационарность течения, существенность влияния сил тяжести и поверхностного натяжения. Вместе с тем исследование задач этого класса оказывается возможным с использованием численных методов.

Диссертационная работа Байкова Никиты Дмитриевича посвящена численному моделированию процессов деформации свободных границ идеальной несжимаемой жидкости в плоских потенциальных течениях, проведенному на основе специально разработанных для этой цели численных методов. Основной целью автора является расчет эволюции свободной поверхности в условиях ее быстрого растяжения и значительной деформации, приводящей зачастую к появлению участков с большой кривизной.

Указанные особенности поведения свободных границ могут наблюдаться на практике, например при образовании высокоскоростных кумулятивных струй. Таким образом, актуальность выбранной автором темы исследования определяется возможностью практических приложений полученных результатов.

Кроме того, создание нового численного алгоритма, изучение свойств метода, численное исследование на его основе нетривиальных особенностей сложных нестационарных течений представляют собой безусловный теоретический интерес.

Краткая характеристика основного содержания диссертации.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Объем диссертации 113 страниц. Содержит 36 рисунков. Список литературы из 44 наименований.

Во **введении** перечислены цели работы, обоснована актуальность темы, объяснены ее теоретическая и практическая значимость, сделан обзор некоторых аналитических и численных методов исследования течений жидкости со свободными поверхностями; описаны трудности, имеющие место при численном моделировании движения свободной границы в случае возникновения тонких высокоскоростных струй, обоснована необходимость модификации метода граничных элементов для такого типа задач.

В **первой главе** указана общая математическая постановка задач, приведены используемые в дальнейшем интегральные соотношения, квадратурные формулы для их аппроксимации, определена параметризация свободной границы, ее дискретизация при помощи сетки. Доказана устойчивость квадратурной формулы для интеграла, имеющего логарифмическую особенность, относительно возмущения входных данных. Изучена связь касательных скоростей точек сетки с распределением точек на границе.

Вторая глава посвящена исследованию задач о деформации цилиндрических полостей в идеальной несжимаемой жидкости, при ее плоскопараллельном потенциальном движении.

Приведена математическая постановка задач, дано подробное описание предложенного численного алгоритма, существенной особенностью которого является сохранение распределения точек сетки вдоль границы, что приводит к повышению устойчивости алгоритма при расчете тонких кумулятивных струй.

Приведены результаты тестирования программной реализации алгоритма на задаче об эволюции свободной границы полости в течении, начальное поле скоростей которого соответствует течению, вызванному движением в жидкости кругового цилиндра (задача Воинова). Отмечено близкое соответствие полученных результатов с данными других работ, в которых эта задача исследовалась аналитически и с помощью другого численного метода.

Выполнены расчеты деформации полости, имеющей в начальный момент времени эллиптическую форму. Сделаны оценки, демонстрирующие явное преимущество использованного модифицированного метода граничных элементов при исследовании течений с тонкими высокоскоростными струями.

Приведены примеры расчетов всплытия полости в поле силы тяжести и процесса образования кумулятивной струи при деформации полости вблизи стенки.

Исследована задача о деформации первоначально круговой полости в течении, начальное поле скоростей которого выбирается как поле скоростей, вызванное движением цилиндра, при наличии ненулевой циркуляции. Расчеты показали, что в этом случае также происходит образование кумулятивной струи, но течение теряет симметрию. Для указанной задачи

были также выведены соотношения, являющиеся аналогами механических законов сохранения, использующиеся для контроля точности вычислений.

Последний раздел главы 2 посвящен задаче о деформации круговой полости, сопровождающейся изменением ее площади при выполнении условия ограниченности давления в бесконечно удаленной точке. Здесь были преодолены трудности, возникающие вследствие многозначности функции тока, имеющей место при ненулевом расходе в течении.

В **третьей главе** численный алгоритм адаптирован для решения задач о движении периодических волн на поверхности тяжелой жидкости постоянной глубины, с учетом действия сил поверхностного натяжения.

Проведены расчеты процесса обрушения прогрессивной волны, вызванное скачкообразным изменением глубины или действием внешнего давления на поверхность жидкости. Проведено сравнение с результатами, полученными ранее другими авторами.

Изучено численно развитие неустойчивости при движении возмущенной волны Крэппера. Сделаны расчеты образования всплеска на поверхности жидкости, ограниченной стенками канала и свободной поверхностью, для специального вида начального распределения скорости.

Четвертая глава посвящена исследованию задач о деформации ограниченных замкнутым контуром жидких цилиндров. Рассмотрены случаи, когда движение происходит по инерции и определяется начальным полем скоростей, при вращении жидкости и при наличии самогравитации.

Для случая плоского вращения доказаны законы сохранения энергии и кинетического момента.

Получено приближенное аналитическое решение задачи о малых колебаниях эллиптического цилиндра, вызванных силами взаимного притяжения частиц жидкости, и проведено сравнение с результатами численных расчетов.

Представлены результаты расчетов деформации кругового цилиндра для случая, когда начальное поле скорости определяется комплексным потенциалом степенного вида, сделано сравнение с имеющимся полуаналитическим решением. Аналогичная задача решалась с учетом вращения жидкости.

Численно исследованы задачи о движении жидких цилиндров с учетом сил взаимного притяжения между частицами жидкости, определяемых логарифмическим потенциалом. В такой постановке обнаружены автоколебательные режимы.

В случае одновременного воздействия вращения и гравитации обнаружено при определенных наборах значений определяющих параметров возникновение эффектов, аналогичных обрушению гравитационных волн.

В заключении перечислены основные результаты работы.

Научная новизна и основные результаты:

1. На основе метода граничных элементов разработаны новые алгоритмы расчета нестационарных плоскопараллельных течений идеальной несжимаемой жидкости со свободными границами, позволяющие с высокой точностью без привлечения значительных вычислительных ресурсов моделировать формирование тонких кумулятивных струй. Такого вида алгоритмы разработаны для трех различных типов задач: задачи о деформации полостей в жидкости, об обрушении волн и о движении ограниченных областей жидкости со свободной границей.
2. Доказано несколько общих свойств численного алгоритма: устойчивость используемых квадратурных формул, необходимые критерии выбора параметров сетки, оценка погрешности в сеточном аналоге закона сохранения площади полости.
3. Работа содержит ряд новых аналитических результатов. Для некоторых из рассмотренных задач получены механические законы сохранения

или их аналоги. Построено приближенное решение задачи о малых колебаниях эллиптического цилиндра под действием самогравитации.

4. На основе предложенных алгоритмов реализованы комплексы программ и проведены численные расчеты весьма широкого круга задач. Определенная часть расчетов является тестовой, и в этом случае результаты сравниваются с данными, полученными другими исследователями. Часть рассмотренных задач являются новыми, и проведенное численное исследование позволило получить новую информацию о физических особенностях течений такого вида.

Все основные результаты диссертации изложены последовательно и логично, а их новизна и обоснованность не вызывают сомнений. Тем не менее к работе имеются **замечания**:

1. Приведенный во введении обзор работ по теме диссертации не является исчерпывающим. Список литературы содержит только 44 наименования, из которых семь принадлежит автору. Отсутствуют даже ссылки на известные монографии, посвященные используемому в настоящей работе методу граничных элементов. При упоминании других известных численных методов ссылки делаются не на монографии или основополагающие работы, а на посвященные частным вопросам статьи.
2. В основном тексте работы также часто отсутствуют необходимые ссылки, что затрудняет чтение работы и оценку степени оригинальности полученных результатов. Например, формулы (2.6.6) приведены без ссылок, и из текста работы остается непонятным, получены ли они самим автором или являются известными.
3. В главе 2 автор допускает нечеткость в описании постановок некоторых задач. Например, в разделе 2.9 только в самом его конце указан явный

вид комплексного потенциала, определяющего начальное поле скорости течения, в то время как такая информация должна быть приведена в постановке задачи. То же замечание относится и к задаче о деформации полости вблизи стенки. Здесь отсутствует информация и о начальном поле скорости, и о начальном расположении контура.

4. Многие из расчетов сделаны только как тестовые, они выполнены лишь для отдельных наборов значений определяющих параметров задач. Приведенные в работе результаты расчетов демонстрируют эффективность применения разработанного численного метода и работоспособность созданного автором комплекса программ, но при этом зачастую дают лишь качественную информацию о динамике изменения течения. Например, на рисунках 2.8-2.11, показывающих эволюцию свободных границ, не указаны моменты времени, которым соответствуют те или иные кривые.

Замечания не влияют на общую положительную оценку диссертационной работы.

Заключение. Диссертация Байкова Никиты Дмитриевича представляет собой законченную научную работу, посвященную изучению актуальной задачи, а полученные им результаты достоверны и являются новыми. Автореферат корректно отражает содержание диссертации. Основные результаты диссертации опубликованы в 4 статьях в журналах, индексируемых системами Web of Science, Scopus и RSCI.

Диссертация Байкова Никиты Дмитриевича на тему «Численные методы решения некоторых задач механики жидкости со свободной границей» отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 01.01.07 – «Вычислительная математика» (физико-математические науки), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5

Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова. Диссертация оформлена согласно приложениям № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель Байков Никита Дмитриевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.07 – «Вычислительная математика» (физико-математические науки).

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,
доцент кафедры гидромеханики механико-
математического факультета
МГУ имени М.В. Ломоносова

С.Л. Толоконников

«__» _____ 2019 г.

Контактные данные:

тел.: +7 (495) 9393958, e-mail: tolsl@mail.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена
диссертация:

01.02.05 - «Механика жидкости, газа и плазмы»

Адрес места работы:

119991, Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д. 1,
механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова



Подпись д.ф.-м.н., доц.

С.Л. Толоконникова удостоверяю: