XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Казань, 20 – 24 августа 2015 года. С. 1790-1792.

ОСОБЕННОСТИ ПРОЦЕССА ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ЦИЛИНДРА В ШИРОКОМ ДИАПАЗОНЕ СКОРОСТЕЙ СОУДАРЕНИЯ С ЖЕСТКОЙ ПРЕГРАДОЙ

А.Б. Киселев[1], А.А. Серёжкин[2]

1 – *Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет*

2 – *ВНИИ автоматики им. Н.Л. Духова, г. Москва*

akis2006@yandex.ru

Аннотация. Детально исследуются особенности процесса соударения повреждаемого упругопластического цилиндра с недеформируемой стенкой (так называемая задача о цилиндре или тесте Тейлора): зависимость динамики взаимодействия от коэффициента трения между ударником и преградой, конечной формы ударника и продолжительности его контакта с преградой от начальной скорости и длины цилиндра, динамики изменения площади области контакта ударника и преграды, скоростей движения точек нарушения контакта и др. При высоких скоростях соударения (более 400 м/с для рассматриваемых металлических ударников) учитывается образование так называемых «лепестков», появление которых вблизи ударяющего торца цилиндра при таких скоростях нельзя игнорировать.

Расчеты проведены в двумерной осесимметричной постановке с использованием оригинального комплекса прикладных программ «ТИС», в котором реализованы методы расщепления по физическим процессам и конечного объема на подвижных эйлеровых сетках.

1. ВВЕДЕНИЕ

Задаче ударного взаимодействия деформируемых тел с абсолютно жесткой преградой посвящено большое число теоретических, вычислительных (как в одномерной, двумерной, так и в трехмерной постановках), а также экспериментальных работ ([1–18] и др.). В случае удара цилиндра по нормали к жесткой стенке эта задача известна как задача о цилиндре (или тесте) Тейлора [1, 2] и позволяет определить некоторые динамические характеристики материала, в частности, предел текучести. С её помощью проводится тестирование вычислительных комплексов, верификация и валидация численных методов и моделей сред. Часто задача Тейлора решается при разных упрощающих приближениях; например, без учета трения между ударником и преградой, возможности частичного нарушения контакта и его последующего восстановления (явление повторного удара).

В данной работе исследуется задача о цилиндре Тейлора в двумерной осесимметричной постановке в широком диапазоне скоростей соударения, при которых необходимо учитывать эффекты упругопластичности и разрушения и нельзя ограничиться чисто гидродинамическим приближением.

Численные расчеты проведены с использованием оригинального комплекса прикладных программ «ТИС», разработанного на механико-математическом факультете МГУ им. М.В. Ломоносова и во ВНИИ автоматики им. Н.Л. Духова (см. [19–21] и др.) и предназначенного для решения двумерных задач МСС при высокоинтенсивных динамических нагрузках. Его основу составляют методы разделения по физическим процессам и конечного объема, используются подвижные эйлеровы сетки [22–24].

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Металлический стержень кругового поперечного сечения (ударник), движущийся с начальной скоростью V_0 ортогонально жесткой стенке (её уравнение $z=0$), в момент времени $t=0$ приходит в контакт с преградой, в результате чего начинает тормозиться и по нему распространяются волны сжатия. Одновременно с продольной волной в радиальном направлении начинает развиваться волновой процесс, связанный с распространением волн разрежения от свободной боковой поверхности, их кумуляции на оси симметрии стержня, отражение от оси и т. д. Таким образом, создается сложная волновая картина, не поддающаяся аналитическому исследованию.

В процессе взаимодействия тел возможно скольжение с трением ударника вдоль преграды, отход части ударяющего торца от стенки, восстановление контакта, полный отскок. В процессе соударения происходит необратимый переход части начальной кинетической энергии во внутреннюю энергию, стержень утолщается в области ударяющего торца, частично разрушается.

Изначально расчетная область имеет прямоугольную форму, соответствующую половине сечения ударника плоскостью, проходящей через ось симметрии. Левая граница области соответствует жесткой стенке и ударяющему торцу стержня ($z=0$), правая − свободному торцу, нижняя – оси симметрии, а верхняя − боковой поверхности цилиндра, свободной от нагрузок.

Система определяющих соотношений в цилиндрических эйлеровых координатах z, r, θ состоит из уравнений законов сохранения массы, количества движения и энергии:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \boldsymbol{\upsilon}) = 0$$

$$\frac{\partial(\rho\upsilon_z)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho\upsilon_z\boldsymbol{\upsilon}) - \frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z} - \frac{\partial\sigma_{zr}}{\partial r} - \frac{\sigma_{zr}}{r} = 0, \qquad \frac{\partial(\rho\upsilon_r)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho\upsilon_r\boldsymbol{\upsilon}) - \frac{\partial\sigma_{rz}}{\partial z} - \frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial r} - \frac{\sigma_{rr}-\sigma_{\theta\theta}}{r} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho e\boldsymbol{\upsilon}) - \frac{\partial(\sigma_{zz}\upsilon_z + \sigma_{zr}\upsilon_r)}{\partial z} - \frac{\partial(\sigma_{zr}\upsilon_z + \sigma_{rr}\upsilon_r)}{\partial r} - \frac{\sigma_{zr}\upsilon_z - \sigma_{\theta\theta}\upsilon_r + \sigma_{rr}\upsilon_r}{r} = 0, \qquad e = \xi + \frac{\upsilon_z^2 + \upsilon_r^2}{2}$$

а также уравнений упругопластического течения повреждаемой среды типа Прандтля–Рейса [24]:

$$L S_{zz}^{'} - S_{zr}^{'}\chi^{-} + \frac{2}{3}\mu_0 \operatorname{div}\boldsymbol{\upsilon} - 2\mu_0 \frac{\partial\upsilon_z}{\partial z} = 0,\ \ L S_{rr}^{'} + S_{zr}^{'}\chi^{-} + \frac{2}{3}\mu_0 \operatorname{div}\boldsymbol{\upsilon} - 2\mu_0 \frac{\partial\upsilon_r}{\partial r} = 0,\ \ L S_{zr}^{'} + \frac{S_{zz}^{'} - S_{rr}^{'}}{2}\chi^{-} - \mu_0\chi^{+} = 0,$$

$$L = \frac{\partial}{\partial t} + \upsilon_z\frac{\partial}{\partial z} + \upsilon_r\left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r}\right) + \lambda, \quad \lambda = \frac{3W}{2Y_0^2}H\left(W - \frac{4}{3}\mu_0 Y_0^2\right), \tag{2}$$

$$W = 2\mu_0\left(S_{zz}^{'}\frac{\partial\upsilon_z}{\partial z} + S_{rr}^{'}\frac{\partial\upsilon_r}{\partial r} + S_{\theta\theta}^{'}\frac{\upsilon_r}{r} + S_{zr}^{'}\chi^{+}\right),\quad \chi^{\pm} = \frac{\partial\upsilon_z}{\partial r} \pm \frac{\partial\upsilon_r}{\partial z}.$$

Здесь μ_0 – модуль сдвига, Y_0 – предел текучести при простом растяжении для неповрежденного материала, ρ – плотность, $\boldsymbol{\upsilon} = (\upsilon_z, \upsilon_r)$ — вектор скорости, e – плотность полной энергии (на единицу массы), ξ – плотность внутренней энергии, $H(x)$ – единичная функция Хевисайда, $\sigma_{zz}, \sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{zr}$ – компоненты тензора напряжений, который раскладывается на шаровую и девиаторную части:

$$\sigma_{zz} = -p + S_{zz},\quad \sigma_{rr} = -p + S_{rr},\quad \sigma_{\theta\theta} = -p + S_{\theta\theta},\quad \sigma_{zr} = S_{zr},\quad p = -(\sigma_{zz} + \sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta})/3.$$

Система уравнений (1), (2) записана в форме, удобной для применения метода разделения по физическим процессам, используемого в комплексе «ТИС», и замыкается с помощью следующего уравнения состояния деформируемого твердого тела [25]:

$$p^{'} = K_0\left(\ln\frac{\rho}{\rho_0} + \frac{\alpha_V}{c_\varepsilon}(\xi - \xi_0) - B\Lambda\ln(1-\omega) + \Lambda\frac{\omega^2}{4\eta_0}\right),\qquad \xi = c_\varepsilon T.$$

Здесь K_0, η_0 – объемный модуль и динамическая вязкость неповрежденного материала, α_V – коэффициент объемного расширения, c_ε – теплоемкость при постоянных деформациях, ρ_0 – начальная плотность, ω – параметр объемной поврежденности материала ($0 \le \omega < 1$) и введены следующие обозначения: $p^{'} = p/(1-\omega)$, $S_{zz}^{'} = S_{zz}/(1-\omega)$, $S_{rr}^{'} = S_{rr}/(1-\omega)$, $S_{\theta\theta}^{'}/(1-\omega)$, $S_{zr}^{'} = S_{zr}/(1-\omega)$.

Для параметра объемной поврежденности ω используется трехчленное кинетическое уравнение, учитывающее образование микродефектов, их рост при интенсивном растяжении и пластическое затекание при сжатии материала [12, 25].

Критерий макроразрушения материала (образования новых свободных поверхностей) – критерий предельной удельной диссипации [25]. Модель фрагментации основывается на предположении, что часть запасенной в процессе деформирования упругой энергии (обычно считается, что её половина) идет на образование поверхностей разрушения [26]. Это дает возможность рассчитать число «лепестков» и мелких фрагментов, которые образуются вблизи оси цилиндра при высокоскоростном соударении [27].

Граничные условия на оси симметрии $r = 0$ имеют вид [28, 24]:

$$\rho\frac{\partial\upsilon_z}{\partial t} + \rho\upsilon_z\frac{\partial\upsilon_z}{\partial z} - \frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z} - 2\frac{\partial\sigma_{zr}}{\partial r} = 0,\quad \upsilon_r = 0,\quad \frac{\partial e}{\partial r} = 0.$$

Они получены из уравнений (1), (2) предельным переходом при $r \to 0$ в предположении, что все физические величины принимают конечные значения на оси симметрии.

Граничные условия на свободной поверхности ударника: $\sigma_{ij}n_j = 0$, где n_j – компоненты единичного вектора внешней нормали к поверхности ударника ($i, j = z, r$).

На контактных поверхностях ударника и преграды $\Sigma(t)$, которые определяются в процессе численного решения, принято условие скольжения с трением ударника по преграде. Учитывается возможность отрыва части областей ударяющего торца от преграды и последующего восстановления контакта. В случае контакта нормальная компонента вектора скорости $\upsilon_z = 0$ (условие не протекания), а касательная компонента υ_r корректируется в зависимости от коэффициента кинематического трения. Так, например, при отсутствии трения компонента υ_r остается неизменной, а в другом предельном случае - полного прилипания - полагаем $\upsilon_r = 0$. В областях отрыва ударника от преграды реализуются условия свободной поверхности. Подробно алгоритм численной реализации таких граничных условий на контактной поверхности $\Sigma(t)$ представлен в работе [29].

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Рассматривались алюминиевые ударники цилиндрической формы, различных начальных длин, радиусов, которые сталкивались с жесткой стенкой со скоростью V_0 ($0 < V_0 \leq 750$ м/с). Расчет проводился до момента полного отскока стержня от стенки.

Основные полученные результаты состоят в следующем.

1. При увеличении силы трения между стержнем и преградой утолщение стержня в районе ударяемого торца уменьшается. Уменьшается также и искажение самой плоскости торца. При этом область высокой интенсивности пластических деформаций стержня смещается в сторону свободного торца.

2. Конечная форма боковой поверхности стержней при пластическом деформировании имеет ступенчатый вид, характеризуемый возникновением «вторичной области деформации». Факт её образования определяется соотношением длины и радиуса стержня и не зависит от скорости соударения.

3. Зависимость продолжительности контакта с преградой от начальной скорости стержня имеет ступенчатый характер, определяемый взаимодействием упругих и пластических волн в продольном и радиальном направлениях.

4. В процессе деформирования возможен частичный отрыв поверхности ударяемого торца стержня от преграды. При увеличении скорости соударения увеличивается искажение плоскости ударяемого торца, при этом максимальная скорость точек отрыва уменьшается.

5. При больших скоростях соударения разрушение стержня может быть двух видов: возникновение продольных трещин вблизи боковой поверхности (образование «лепестков») и фрагментация в районе оси симметрии, вызванная кумуляцией волн разгрузки, распространяющихся от свободной боковой поверхности к оси симметрии.

Результаты численных исследований согласуются с известными экспериментальными данными.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 15-01-01541а.

Литература

1. Taylor G.I. // Proc. Royal Soc. (London). 1948. V. A194. No. 1038. P. 289-299.
2. Whiffin A.C. // Proc. Royal Soc. (London). 1948. V. A194. No. 1038. P. 300-322.
3. Баренблат Г.И., Ишлинский А.Ю. // ПММ. 1962. Т. 26 (3). С. 497-502.
4. Wilkins M.L., Guinan M.W. // J. Appl. Phys. 1973. V. 44 (3). P. 1200-1216.
5. Веклич Н.А., Малышев Б.М. // Изв. АН СССР. МТТ. 1976. № 2. С. 193-197.
6. Гулидов А.И., Фомин В.М. // ПМТФ. 1980. № 3. С. 126-132.
7. Глушко А.И. // Изв. АН СССР. МТТ. 1980. № 2. С. 104-112.
8. Бойко В.М., Гулидов А.И., Папырин А.Н., Фомин В.М., Шитов Ю.А. // ПМТФ. 1982. № 5. С. 129-133.
9. Киселев А.Б. // Вестн. МГУ. Сер. 1. Математика, механика. 1985. № 4. С. 51-56.
10. Богомолов А.И., Горельский В.А., Зелепугин С.А., Хорев И.Е. // ПМТФ. 1986. № 1. С. 161-163.
11. Киселев А.Б. // Вестн. МГУ. Сер. 1. Математика, механика. 1988. № 2. С. 30-36.
12. Киселев А.Б., Юмашев М.В. // ПМТФ. 1992. № 6. С. 126-134.
13. Woodward R.L., Burman N.M., Bexter B.J. // Int. J. of Impact Engineering. 1994. V. 15 (4). P. 407-416.
14. Lu G., Wang B., Zhang T. // Int. J. of Impact Engineering. 2001. V. 25. No 10. P. 981-991.
15. Wang B., Zhang T., Lu G. // Int. J. of Impact Engineering. 2003. V. 28. No 5. P. 499-511.
16. Eakis D., Thadhani N.N. // Int. J. of Impact Engineering. 2007. V. 34. No 11. P. 1821-1834.
17. Martin M., Mishra A., Meyers M.A., Thadhani N.N. // Materials Sc. and Eng. 2007. V. A464. P. 202-209.
18. Brunig M., Driemeier L. // Int. J. of Plasticity. 2007. V. 23. P. 1979-2003.
19. Забабахинские научные чтения: сб. мат. XI Межд. конф. 16–20 апреля 2012. Снежинск: Изд-во РФЯЦ-ВНИИТФ, 2012. 406 с.
20. Меньшов И.С., Мищенко А.В., Серёжкин А.А. // Матем. моделирование. 2013. Т. 25 (8). С. 89-108.
21. Киселев А.Б., Мищенко А.В. // Вестн. МГУ. Сер. 1. Математика, механика. 2014. № 2. С. 38-46.
22. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н. Прокопов Г.П. Численное решение многомерных задач газовой динамики/ Под ред. С.К. Годунова. М.: Наука, 1976. 400 с.
23. Ковеня В.М., Яненко Н.Н. Метод расщепления в задачах газовой динамики. Новосибирск: Наука, 1981. 304 с.
24. Кукуджанов В.Н. Вычислительная механика сплошных сред. М.: Физматлит, 2008. 320 с.
25. Киселев А.Б., Юмашев М.В. // ПМТФ. 1990. № 5. С. 116-123.
26. Киселев А.Б. // Математическое моделирование. 2012. Т. 24 (2). С. 33-66.
27. Серёжкин А.А. // Автореферат дисс. … к. ф.-м. н. М.: мех-мат. ф-т МГУ. 20 с.
28. Киселев А.Б. // Вестн. МГУ. Сер. 1. Математика, механика. 1995. № 6. С. 106-108.
29. Максимов В.Ф., Киселев А.Б. // Вестн. МГУ. Сер. 1. Математика, механика. 1984. № 2. С. 85-89.